

И. Джонджорова, К. Узунова, И. Марашева, Д. Веселинова

МАТЕМАТИКА



5. КЛАС

ПОМАГАЛО
ЗА
ИЗБИРАЕМИТЕ
УЧЕБНИ
ЧАСОВЕ



**СПЕЦИАЛНО ИЗДАНИЕ В ПОМОЩ НА ОБУЧЕНИЕТО
ПО ВРЕМЕ НА ИЗВЪНРЕДНОТО ПОЛОЖЕНИЕ**



И. Джонджорова, К. Узунова, И. Марашева, Д. Веселинова

МАТЕМАТИКА

5

КЛАС

ПОМАГАЛО
ЗА
ИЗБИРАЕМИТЕ
УЧЕБНИ
ЧАСОВЕ

Специално издание на „Клет“ в помощ на дисабилитираното обучение

Издателска къща • Анубис •

Учебното помагало е предназначено за работа в избираемите часове за разширена и за допълнителна подготовка по математика. Съответства на новата учебна програма по математика за 5. клас, като разширява и надгражда учебното съдържание.

Всяка тема започва с решени задачи и/или необходими формули и свойства. В рубриката *Опитай сам* има задачи за самостоятелна работа, като идеята на авторския екип е те да се използват в часовете за разширена и допълнителна подготовка или за упражнение на ученици, които имат желание да затвърдят и задълбочат знанията си по математика. Задачите в рубриката *Мога повече* са по-сложни и изискват повече умения, което е полезно за упражнение на по-напредналите ученици.

Включени са и допълнителни теми, извън учебното съдържание, които авторският екип счита за подходящи за тази възраст.

Помагалото е изключително полезно за учениците при подготовка за олимпиади и математически състезания.

- © Иванка Димитрова Джонджорова, Калина Стефанова Узунова, Иванка Ангелова Марашева, Даниела Веселинова Григорова-Тошева, автори, 2017
- © Владимир Марков Минчев, корица и графичен дизайн, 2017
- © Издателска къща „Анубис“ ООД, 2017

ISBN 978-619-215-107-2

СЪДЪРЖАНИЕ

1. ЕСТЕСТВЕНИ ЧИСЛА. ДЕЙСТВИЯ С ЕСТЕСТВЕНИ ЧИСЛА. АРИТМЕТИЧНИ РЕБУСИ	4
2. НАМИРАНЕ НА НЕИЗВЕСТНО ЧИСЛО. ТЕКСТОВИ ЗАДАЧИ	9
3. ГЕОМЕТРИЧНИ ФИГУРИ.....	15
ВХОДНО НИВО.....	22
4. ДЕЛИМОСТ НА ЧИСЛАТА. СВОЙСТВА.....	24
5. ПРИЗНАЦИ ЗА ДЕЛИМОСТ НА 2, 3, 4, 5, 9 И 10	27
6. ПРОСТИ И СЪСТАВНИ ЧИСЛА.....	29
7. ОБЩИ ДЕЛИТЕЛИ И ОБЩО КРАТНО.....	31
8. ДЕЛИМОСТ НА ЧИСЛАТА. ОБЩИ ЗАДАЧИ.....	33
9. ТЕСТ „ДЕЛИМОСТ“	35
10. ОБИКНОВЕНА ДРОБ. СВОЙСТВА НА ОБИКНОВЕНИТЕ ДРОБИ	36
11. ПРИВЕЖДАНЕ НА ОБИКНОВЕНИ ДРОБИ КЪМ ОБЩ ЗНАМЕНАТЕЛ. СРАВНЯВАНЕ.....	39
12. СЪБИРАНЕ И ИЗВАЖДАНЕ НА ОБИКНОВЕНИ ДРОБИ С РАВНИ ЗНАМЕНАТЕЛИ.....	42
13. СЪБИРАНЕ И ИЗВАЖДАНЕ НА ОБИКНОВЕНИ ДРОБИ С РАЗЛИЧНИ ЗНАМЕНАТЕЛИ	45
14. СМЕСЕНИ ЧИСЛА. СЪБИРАНЕ И ИЗВАЖДАНЕ НА СМЕСЕНИ ЧИСЛА.....	48
15. УМНОЖЕНИЕ НА ОБИКНОВЕНИ ДРОБИ	51
16. РЕЦИПРОЧНА ДРОБ. ДЕЛЕНИЕ НА ОБИКНОВЕНИ ДРОБИ.....	55
17. ЧАСТ ОТ ЧИСЛО. НАМИРАНЕ НА ЧИСЛО ПО ДАДЕНА ЧАСТ ОТ НЕГО	58
18. ТЕСТ „ОБИКНОВЕНИ ДРОБИ“ – 1	61
19. ТЕСТ „ОБИКНОВЕНИ ДРОБИ“ – 2.....	63
20. ДЕСЕТИЧНИ ДРОБИ. СРАВНЯВАНЕ НА ДЕСЕТИЧНИ ДРОБИ.....	65
21. СЪБИРАНЕ И ИЗВАЖДАНЕ НА ДЕСЕТИЧНИ ДРОБИ	67
22. СБОР И РАЗЛИКА НА ОТСЕЧКИ	69
23. СЪБИРАНЕ И ИЗВАЖДАНЕ НА ДЕСЕТИЧНИ ДРОБИ. ТЕКСТОВИ ЗАДАЧИ	71
24. УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ НА ДЕСЕТИЧНИ ДРОБИ	73
25. НАМИРАНЕ НА НЕИЗВЕСТНО ЧИСЛО.....	75
26. ПРЕВРЪЩАНЕ НА ОБИКНОВЕНА ДРОБ В ДЕСЕТИЧНА. БЕЗКРАЙНА ПЕРИОДИЧНА ДЕСЕТИЧНА ДРОБ. ЗАКРЪГЛЯВАНЕ.....	76
27. ПРОЦЕНТ. НАМИРАНЕ НА ПРОЦЕНТ ОТ ЧИСЛО. НАМИРАНЕ НА ЧИСЛО ПО ДАДЕН ПРОЦЕНТ ОТ НЕГО.	79
28. ТЕКСТОВИ ЗАДАЧИ ЗА ДЕСЕТИЧНИ ДРОБИ И ПРОЦЕНТ.....	81
29. ТЕСТ „ДЕСЕТИЧНИ ДРОБИ“	83
30. ЛИЦЕ НА ТРИЪГЪЛНИК.....	84
31. ЛИЦЕ НА УСПОРЕДНИК И ТРАПЕЦ	87
32. ЛИЦЕ НА МНОГОЪГЪЛНИК	90
33. КУБ	92
34. ПРАВОЪГЪЛЕН ПАРАЛЕЛЕПИПЕД	95
35. НАМИРАНЕ НА НЯКОИ СУМИ.....	98
36. ЗАДАЧИ ЗА БРОЕНЕ	101
37. ДИОФАНТОВИ УРАВНЕНИЯ.....	104
38. ЗАДАЧИ ОТ ЛИЦА НА ФИГУРИ	106
39. ПОКРИВАНЕ И РАЗРЯЗВАНЕ	109
40. ТАБЛИЦИ, ГРАФИКИ, ДИАГРАМИ. ОБЩИ ЗАДАЧИ.....	113
ОТГОВОРИ.....	118

1 ЕСТЕСТВЕНИ ЧИСЛА. ДЕЙСТВИЯ С ЕСТЕСТВЕНИ ЧИСЛА. АРИТМЕТИЧНИ РЕБУСИ

За записване на естествените числа се използват цифрите 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. При записване на числата е от значение не само цифрата, но и мястото ѝ в записа. Затова нашата система на запис се нарича десетична позиционна бройна система. Числата разпределяме по класове, както е показано в таблицата по-долу.

Клас на милиардите (разредни единици)	Клас на милионите (разредни единици)			Клас на хилядите (разредни единици)			Клас на единиците (разредни единици)			
	Милиарди	Стомилиони	Десетмилиони	Милиони	Стохиляди	Десетхиляди	Хиляди	Стоцици	Десетици	Единици
4	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0

1 Слънчевата система е създадена преди четири милиарда и шестстотин милиона години. Запишете това число в горната таблица. Представете числото като сбор от съответни разредни единици.

Решение | $4\,600\,000\,000 = 4.1\,000\,000\,000 + 6.100\,000\,000$.

2 Пресметнете сумите.

а) $3 + 124 + 197$; б) $21 + 413 + 587$; в) $311 + 416 + 512 + 689 + 284$.

Решение | За по-рационално смятане ще използваме *разместителното* и *съдружителното* свойство.

а) $3 + 124 + 197 = (3 + 197) + 124 = 200 + 124 = 324$;

б) $21 + 413 + 587 = 21 + (587 + 413) = 21 + 1000 = 1021$;

в) $311 + 416 + 512 + 689 + 284 = (311 + 689) + (416 + 284) + 512 = 1000 + 700 + 512 = 2212$.

3 Пресметнете по рационален начин.

а) $6.3215 + 112.6$; б) $8.1560 - 8.214$.

Решение | а) $6.3215 + 112.6 = 6.(3215 + 112) = 6.3327 = 19\,962$;

б) $8.1560 - 8.214 = 8.(1560 - 214) = 8.1346 = 10\,768$.

Да припомним реда на действията.

1. Действия в скоби.
2. Умножение и деление.
3. Събиране и изваждане.

4 Извършете означените действия.

- а) $(214 + 35) \cdot 12 + 141.23$;
- б) $(394 - 89) \cdot 48 + 7850:25$;
- в) $9135:63 - 19\ 572:932 + (785 + 1255):51$.

Решение

- а) $(214 + 35) \cdot 12 + 141.23 = 249 \cdot 12 + 141.23 = 2988 + 3243 = 6231$;
- б) $(394 - 89) \cdot 48 + 7850:25 = 305 \cdot 48 + 314 = 14\ 640 + 314 = 14\ 954$;
- в) $9135:63 - 19\ 572:932 + (785 + 1255):51 = 145 - 21 + 2040:51 = 124 + 40 = 164$.

5 Прочетете текста.

Европейският съюз (ЕС) има двадесет и осем страни членки. Те са на територия, която заема над четири милиона квадратни километра площ и имат петстотин и осем милиона четиристотин и петдесет хиляди осемстотин петдесет и шест жители. В страните членки на ЕС има един милион сто шестдесет и две хиляди и седемнадесет свободни работни места и осем хиляди и четиридесет и осем работодатели. Двеста и петдесет милиона европейци използват интернет всекидневно.

- а) Запишете числата с цифри.
- б) Запишете всяко число като сбор от съответни разредни единици.
- в) Подредете числата по големина като започнете от най-малкото.
- г) Колко европейци **не** използват интернет всекидневно?

Решение а) 28 – страни членки, 4 000 000 – квадратни километра площ, 508 450 856 жители, 1 162 017 свободни работни места, 8048 работодатели, 250 000 000 европейци ползват интернет;

- б) $28 = 2 \cdot 10 + 8$;
 $4\ 000\ 000 = 4 \cdot 1\ 000\ 000$;
 $508\ 450\ 856 = 5 \cdot 100\ 000\ 000 + 8 \cdot 1\ 000\ 000$;
 $1\ 162\ 017 = 1 \cdot 1\ 000\ 000 + 1 \cdot 100\ 000 + 6 \cdot 10\ 000 + 2 \cdot 1000 + 1 \cdot 10 + 7$;
 $8048 = 8 \cdot 1000 + 4 \cdot 10 + 8$;

250 000 000 = 2 · 100 000 000 + 5 · 10 000 000;

- в) 28, 8048, 1 162 017, 4 000 000, 250 000 000, 508 450 856;

г) Броя европейци, които не използват интернет всекидневно, ще намерим, като от броя на всички европейци извадим броя на използващите всекидневно интернет: $508\ 450\ 856 - 250\ 000\ 000 = 258\ 450\ 856$.

- 6 В таблицата е даден броят на жителите на някои държави в Европа.

Държава	Брой жители
Германия	81 197 537
България	7 202 198
Словения	2 062 874
Люксембург	562 958

- а) Прочетете числата.
б) Запишете числата в нарастващ ред.
в) Пресметнете общия брой на жителите в четирите държави.
г) Колко жители по-малко има България от Германия?
д) Колко жители повече има Словения от Люксембург?

Решение | а) 81 197 537 – осемдесет и един милиона сто деветдесет и седем хиляди петстотин тридесет и седем
7 202 198 – седем милиона двеста и две хиляди сто деветдесет и осем
2 062 874 – два милиона шестдесет и две хиляди осемстотин седемдесет и четири

562 958 – петстотин шестдесет и две хиляди деветстотин петдесет и осем;

б) 562 958; 2 062 874; 7 202 198; 81 197 537;

в) Общият брой на жителите в четирите държави е: $81\,197\,537 + 7\,202\,198 + 2\,062\,874 + 562\,958 = 91\,025\,567$;

г) $81\,197\,537 - 7\,202\,198 = 73\,995\,339$;

д) $2\,062\,874 - 562\,958 = 1\,499\,916$.

- 7 Тръгнал дядо от Златица, загубил си ръкавица. Катеричка рунтавелка с опашчица къделка ръкавичката видяла и на топличко се свряла. Скрила в ръкавичката 68 ореха, 17 лешника и 5 жълда. Ако всеки ден катеричката изяжда по една ядка, ще ѝ стигнат ли за месеците декември, януари и февруари?

Решение | Всички ядки ще намерим като сумираме орехите, лешниците и жълдите: $68 + 17 + 5 = 90$. Броя на дните ще получим, като сумираме дните през трите месеца: месец декември има 31 дни, януари има 31 дни и февруари има 28 или 29 дни (зависи дали годината е високосна или не). Ако годината не е високосна, броят на дните е $31 + 31 + 28 = 90$. Ако годината е високосна, броят на дните е с един повече, т.е. 91. Тогава при високосна година ядките няма да ѝ стигнат. При невисокосна година ядките ще ѝ стигнат точно.

8 Намислих си едно число. То се получава, като намерим сумата на най-малкото шестцифрено число и най-голямото трицифрено число и я разделим на 3. Кое число си намислих?

Решение | Най-малкото шестцифрено число е 111 111. Най-голямото трицифрено число е 999. Сумата им е $111\,111 + 999 = 112\,110$. Числото, което си намислих, е $112\,110:3 = 37\,370$.

9 Кое число трябва да поставим на мястото на въпросителния знак?

63 13 25

48 22 13

54 12 ?

Решение | Правилото е: $(63 - 13):2 = 50:2 = 25$; $(48 - 22):2 = 26:2 = 13$.
Тогава: $(54 - 12):2 = 42:2 = 21$. Отговор 21.

ОПИТАЙ САМ

10 Прочетете числото и го запишете с цифри.

а) $5.100\,000 + 3.10\,000 + 7.1000 + 2.100 + 1.10 + 6$

б) $2.10\,000 + 5.100 + 3.10 + 1$

в) $4.1\,000\,000 + 2.10\,000 + 3.1000 + 7.100 + 3$

11 Кои от числата 15, 81, 198, 304 са между числата:

а) 13 и 100;

б) 20 и 200;

в) 100 и 300;

г) 59 и 401?

12 Запишете естествените числа, които са между числата:

а) 89 и 93;

б) 100 013 и 100 017;

в) 89 098 и 89 102.

13 Пресметнете.

а) $128\,417 - 16\,303$; б) $681\,425 - 39\,488$;

в) $958 + 342 - 112$; г) $253 - 183 + 402 - 282$.

14 Пресметнете.

а) 169.7; б) 487.93; в) 5816.15; г) 2844:4; д) 24 255:77; е) 4644:43.

15 Пресметнете рационално.

а) $28\,312.5 + 11\,688.5$; б) $6301.3 - 3.4215$;

в) $813.15 - 1065.3$.

16 Ева искала да си купи сладолед. Един сладолед струва 1 лев. Ева дала на продавачката 5 лева и тя веднага ѝ подала 5 сладоледа, без да я пита колко иска. Как продавачката разбрала, че Ева иска точно 5 сладоледа?

МОГА ПОВЕЧЕ

17 Намерих сумата на най-малкото трицифрено число и най-малкото четирицифрено число, записани с различни цифри, и я разделих на 5. Кое число получих?

18 Разделих на 9 разликата на най-голямото трицифрено число и най-голямото двуцифрено число. Колко получих?

19 Редицата от числа 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13... е известна като редица на Фибоначи. Кое число ще бъде на десето място?

20 Пепеляшка трябвало да опече 24 сладки. Мачехата ѝ ги подредила в квадратен съд по начина, показан по-долу. Мачехата запомнила, че на всяка страна има по девет сладки и проверявала да не намалееят. Но приятелите на Пепеляшка – мишките, много искали да опитат от сладките. Казали и, че 4 сладки са им достатъчни. Пепеляшка взела 4 сладки и ги дала на мишлетата. Пренаредила останалите сладки в съда така, че отново да има по 9 сладки на всяка страна. Как е наредила останалите сладки?

3	3	3
3		3
3	3	3

21 Светла събира монети с нумизматична стойност и вече има 10. На изложба в училище, посветена на любимото хоби на всеки, Светла решила да участва с монетите. Подредила ги в стъклена квадратна кутия така, че на всяка страна да има по 3 монети. Как Светла е подредила монетите?

22 За рождения ден на Боби баща му купил 68 кутии с безалкохолни напитки. Подредил ги в квадратен кашон така, че сумата на всяка страна да е 22 (както е на картинката). Провервал ги, като броял кутиите на всяка страна. На Боби много му се пиело безалкохолно и решил да си вземе 4 кутии, но направил нова наредба, такава, че отново на всяка страна сумата от кутиите да бъде 22. Как Боби е подредил останалите кутии?

5	12	5
12		12
5	12	5

23 Кое число трябва да поставим на мястото на въпросителния знак?

12	6	84
----	---	----

21	22	129
----	----	-----

13	31	?
----	----	---

24 На мястото на еднаквите букви поставете еднакви цифри, а на различните букви – различни цифри от 1 до 9 така, че да е верен сборът.

$$\begin{array}{r} + \text{ABC} \\ + \text{BAC} \\ \hline 782 \end{array}$$

25 От цифрите 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 съставете трицифрено число \overline{abc} , състоящо се от различни цифри, такова, че $\overline{abc} + \overline{ba} + a = 350$.

2

НАМИРАНЕ НА НЕИЗВЕСТНО ЧИСЛО. ТЕКСТОВИ ЗАДАЧИ

$$\text{Събираемо} + \text{Събираемо} = \text{Сбор}$$

Неизвестно събираемо намираме, като от сбора извадим известното събираемо.

$$\text{Неизвестно събираемо} = \text{Сбор} - \text{Известно събираемо}$$

$$\text{Умаляемо} - \text{Умалител} = \text{Разлика}$$

Неизвестно умаляемо намираме, като към разликата прибавим умалителя.

$$\text{Неизвестно умаляемо} = \text{Разлика} + \text{Умалител}$$

Неизвестен умалител намираме, като от умаляемото извадим разликата.

$$\text{Неизвестен умалител} = \text{Умаляемо} - \text{Разлика}$$

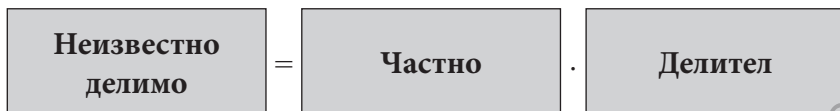
$$\text{Множител} \cdot \text{Множител} = \text{Произведение}$$

Неизвестен множител намираме, като произведението разделим на известния множител.

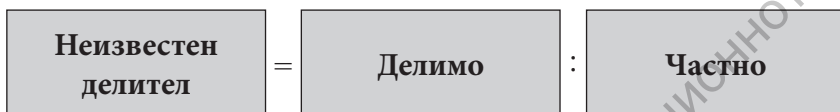
$$\text{Неизвестен множител} = \text{Произведение} : \text{Известен множител}$$



Неизвестно делимо намираме, като частното умножим по делителя.



Неизвестен делител намираме, като делимото разделим на частното.



1 Влакът „Ориент експрес“ се движи от Париж до Истанбул със скорост 49 km/h. Ако разстоянието между двата града е 2940 km, колко часа се движи влакът, без да прави престой?

Решение | Ще припомним, че движението на превозните средства се осъществява по закона $S = V \cdot t$, където S е изминатият път, V е скоростта на превозното средство, а t е времето за движение. Като заместим във формулата дадените величини, получаваме $2940 = 49 \cdot t$. Това равенство може да запишем и така: $49 \cdot t = 2940$. Пресмятаме времето t по правилото за намиране на неизвестен множител $t = 2940:49$, т.е. $t = 60$ h.

2 В таблицата е посочен броят пътници от Европейския съюз, използвали въздушен транспорт през 2013 и 2014 година.

а) Колко пътници общо са ползвали въздушен транспорт през двете години? Прочетете полученото число.

б) През коя година са пътували по-голям брой хора с въздушен транспорт и с колко?

Година	Брой пътници
2013	842 219 926
2014	876 884 771

Решение | а) Общото количество пътници е:
 $842\,219\,926 + 876\,884\,771 = 1\,719\,104\,697$.

б) По-голям брой пътници са използвали въздушен транспорт през 2014 г. Броят им е с $876\,884\,771 - 842\,219\,926 = 34\,664\,845$ повече от 2013 г.

3 Някои от планетите в Слънчевата система са Сатурн, Уран и Нептун. Ветровете в атмосферата на Уран духат със скорост над 600 km/h. Ветровете в атмосферата на Нептун духат със скорост над 2000 km/h. В атмосферата на Сатурн духат ветрове със скорост 3 пъти по-голяма от тази на ветровете на Уран.

а) Каква е скоростта на ветровете на планетата Сатурн?

б) Попълнете таблицата.

Решение

Планета	Скорост на ветровете
Сатурн	1800 km/h
Уран	600 km/h
Нептун	2000 km/h

в) Най-висока е скоростта на ветровете на планетата Нептун – 2000 km/h, а най-ниска е на Уран – 600 km/h.

г) С $2000 - 600 = 1400$ km/h скоростта на ветровете на планетата Нептун е по-голяма от скоростта на ветровете на планетата Уран.

4 Петокласниците в едно училище са 94 и изучават три езика – английски, немски, италиански. Ако 42 ученици изучават английски език, а 23 – немски език, колко ученици изучават италиански език?

Решение



За да намерим броя на учениците, изучаващи италиански език, трябва да съберем броя на учениците, изучаващи немски език и английски език и получения сбор да извадим от общия брой на учениците. $42 + 23 +$ изучаващи италиански език = 94; $65 +$ изучаващи италиански език = 94; изучаващи италиански език = $94 - 65$; изучаващи италиански език = 29.

5 Намислих си едно число и разделих 840 на него. Към резултата прибавих 66 и получих 80. Кое число си намислих?

Решение | Съобразяваме, че 840, разделено на намисленото число, е неизвестно събираемо. Ще го намерим, като от сбора 80 извадим известното събираемо 66. Получаваме 14. Вече намисленото число е неизвестен делител и ще го намерим, като делимото 840 разделим на частното 14. Получаваме 60.

$$840: \square + 66 = 80; \quad 840: \square = 80 - 66; \quad 840: \square = 14; \quad \square = 840:14; \quad \square = 60$$

6 Програма „Еразъм +“, която е предназначена за развитие на образованието, обучението, младежта и спорта, разполага с общ бюджет 14 700 000 000 € (символът € означава евро) за периода 2014 – 2020 година. Тази сума се използва в помощ на повече от 4 000 000 млади хора – да се обучават, да придобият трудов опит, и в помощ на 125 000 организации, за да работят с партньори в чужбина.

а) Ако бюджетът се използва само за млади хора, то каква сума се полага на всеки от тях?

б) Ако бюджетът се използва само за организации, то каква сума се полага на всяка от тях?

Решение | а) $14\,700\,000\,000:4\,000\,000 = 3675$ €;

б) $14\,700\,000\,000:125\,000 = 117\,600$ €.

ОПИТАЙ САМ

7 Разстоянието от някои планети до Слънцето е дадено в таблицата по-долу.

а) Прочетете числата.

б) Ако ракета се изстреля от Земята до Марс, то какво разстояние трябва да измине ракетата?

в) С колко километра Меркурий е по-близо до Слънцето, отколкото Венера?

г) Какво е разстоянието между най-близката и най-далечната от Слънцето планета от таблицата?

Планета	Средно орбитално разстояние до Слънцето
Меркурий	57 909 176 km
Венера	108 208 926 km

Земя	149 597 887 km
Марс	227 936 637 km
Юпитер	778 412 027 km

8 Някои от най-разпространените почви в България са: черноземни – 21 171 km², сиви горски – 16 937 km², канелени горски – 23 288 km², и кафяви горски – 15 667 km². Колко общо е площта на най-разпространените почви в България?

9 През 2008 г. в България са поставени под защита 574 вида растения, 1781 вековни дървета и 483 вида животни. Общо колко са защитените видове в България?

10 През 2013 г. годишният оборот на световния пазар на глобални навигационни спътникови продукти е оценен на 175 милиарда евро и се очаква да нарасне още през следващите години, за да достигне през 2020 г. 237 милиарда евро. С колко евро ще се увеличи годишният оборот на световния пазар за навигационни спътникови продукти от 2013 до 2020 г.?

11 Автомобил изминава разстоянието София – Бургас за 4 часа. С каква скорост се е движил автомобилът, ако разстоянието е 384 km?

12 Фауната на България включва разнообразни представители на животинския свят. Най-голямо видово разнообразие има сред насекомите – 19 000 вида. Голяма е групата на едноклетъчните – 3000, и паякообразните – 2100, ракообразните – 600, мекотелите – 500, и червеите – 1000. Общо колко са изброените видове от животинския свят?

13 Гръбначните животни в България са 740 вида (птици, риби, бозайници, влечуги, земноводни). Най-много от тях са птиците. Рибите са 200 вида, бозайниците – 94 вида, влечугите – 36, земноводните – 16, кръглоустите – 2. Колко вида са птиците?

МОГА ПОВЕЧЕ

14 Двама велосипедисти тръгнаха един срещу друг от градовете Пловдив и Хасково. Единият се движил с 15 km/h, а другият – с 21 km/h. Срещнали се след 2 часа.

- Колко километра е изминал всеки велосипедист до срещата?
- Какво разстояние по дължина са изминали двамата заедно?

15 Четирите най-дълги реки в България са Дунав – 470 km, Искър – 368 km, Тунджа – 350 km и Марица – 322 km.

а) Каква е общата дължина на реките?

б) С колко р. Дунав е по-дълга от р. Марица?

в) Сборът от дължините на кои реки е по-голям: на Дунав и Марица или на Искър и Тунджа?

(Посочената дължина на реките е такава на територията на България.)

16 Елена намислила едно число. Извадила от него толкова, колкото е произведението на числата 65 и 192. Получила число, което е толкова, колкото е сборът на числата 8503 и 7947. Кое число е намислила Елена?

17 В магазин за плодове и зеленчуци продавали череши. През първия ден продали 79 kg, през втория – със 102 kg повече, отколкото през първия. През третия ден продали 3 пъти повече череши, отколкото през първия ден. Колко килограма са продали през трите дни?

18 Във верига за хранителни стоки продали 3 тона портокали за 3 дни. Първия ден продали 750 kg, а втория – с 357 kg повече. Колко килограма портокали са продали третия ден?

19 Намислих си едно число и го умножих с 82. От полученото произведение извадих 356 и получих 956. Кое число намислих?

20 Прочетете текста: „През 2008 г. еколозите в България преброили дивите животни. Установили, че най-много са дребните горски обитатели: зайци – 388 500, яребици – 258 200, и фазани – 112 000. От едрите горски животни най-голям е броят на сърните – 73 300, дивите свине – 63 900, благородния елен – 19 000, и елена лопатар – 5500. От хищниците най-много са лисиците – 41 100, чакалите – 33 400, и скитащите кучета – 22 500. Сравнително малък е броят на вълците – 2300, мечките – 1099, дивите кози – 2300, и муфлона – 4300“.

Отговорете на следните въпроси:

а) Колко и кои са главните видове диви животни в България?

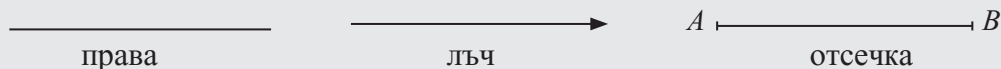
б) Колко е общият брой на дребните горски обитатели?

в) Колко е общият брой на едрите горски животни в България при това преброяване?

г) Кои животни са най-много разпространени и кои най-малко?

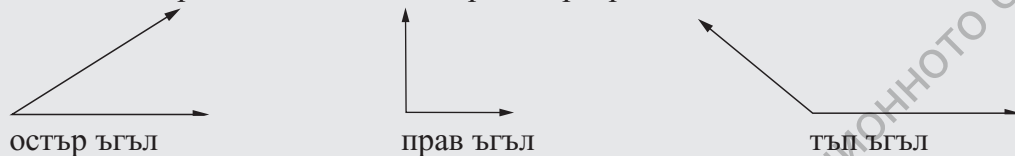
д) Колко е общият брой на дивите животни?

3 ГЕОМЕТРИЧНИ ФИГУРИ



Ъгъл, който е 90° , е прав. Ъгъл, който е по-малък от 90° , е остър. Ъгъл, по-голям от 90° , е тъп.

Ъглите измерваме с помощта на транспортир.



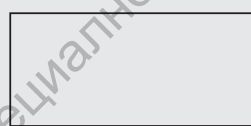
Според ъглите триъгълниците могат да бъдат остроъгълни, правоъгълни и тъпоъгълни.



Според страните триъгълниците могат да бъдат разностранен, равнобедрен и равностранен.



Обиколката на триъгълник намираме, като съберем трите му страни.



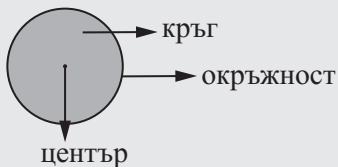
Правоъгълникът е фигура, която има четири прави ъгъла и две по две срещуположни равни страни.

Обиколката на правоъгълник намираме, като съберем дължината и широчината му и умножим по две.

Лицето на правоъгълник намираме, като умножим дължината по широчината.



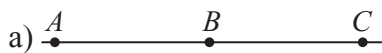
Квадратът е фигура, която има четири прави ъгъла и четири равни страни. Обиколката на квадрат намираме, като умножим страната му по 4. Лицето на квадрат намираме, като умножим едната страна по себе си.



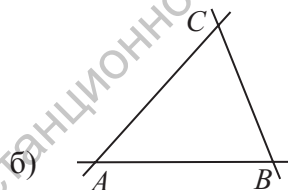
Разстоянието от центъра на окръжността до всички нейни точки е едно и също и се нарича радиус на окръжността. Окръжност чертаем с помощта на пергел.

1 Отбележете 3 точки: A , B и C . Колко прави могат да минат през тези точки?

Решение

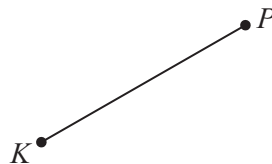


a) Възможно е трите точки да лежат на една права и тогава през тях минава една права.



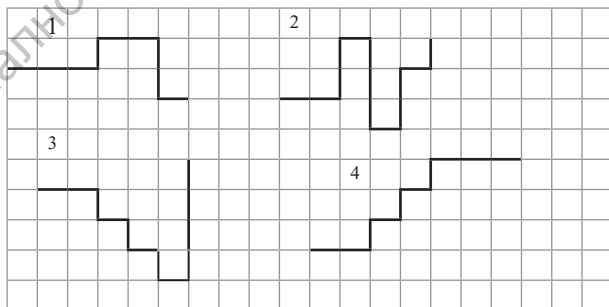
б) Възможно е трите точки да не лежат на една права. Тогава през тях минават 3 прави.

2 Подредете отсечките според тяхната дължина, като започнете от най-голямата.



Решение KP , CE , AB .

3 Сравнете дължините на начертаните маршрути 1, 2, 3, 4 върху квадратна мрежа. Подредете ги по големина, като започнете от най-късия.



Решение | Всяко квадратче е с дължина на страната 1 см. Преброяваме участващите квадратчета.

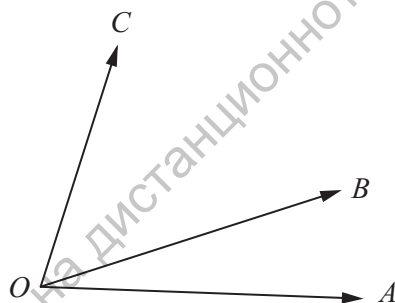
Маршрут 1 е 9 см; Маршрут 2 е 13 см;

Маршрут 3 е 12 см; Маршрут 4 е 10 см.

Наредбата по големина е: Маршрут 1, Маршрут 4, Маршрут 3, Маршрут 2.

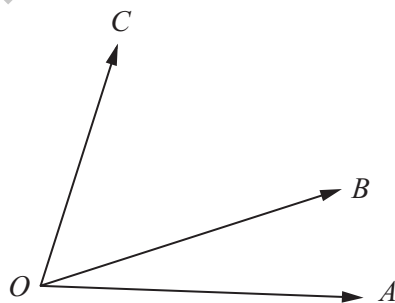
4 На чертежа по-долу ъгъл AOB е 22° . ъгъл BOC е два пъти по-голям от ъгъл AOB . Колко градуса е ъгъл BOC ? Колко градуса е ъгъл AOC ?

Решение | ъгъл $BOC = 2 \cdot 22^\circ = 44^\circ$. ъгъл AOC е сума от ъгъл AOB и ъгъл BOC . Тогава ъгъл $AOC = 22^\circ + 44^\circ = 66^\circ$.



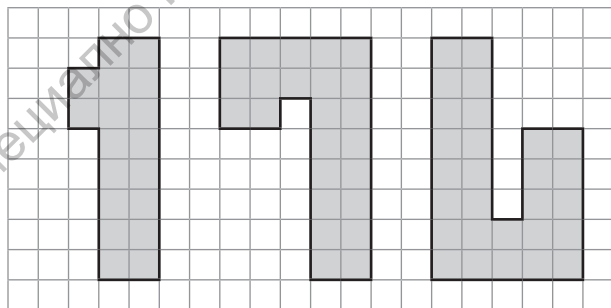
5 На чертежа ъгъл AOB е 21° . ъгъл BOC е с 44° по-голям от ъгъл AOB . Колко градуса е ъгъл BOC ? Колко градуса е ъгъл AOC ?

Решение | ъгъл $BOC = 21^\circ + 44^\circ = 65^\circ$.
ъгъл $AOC = 21^\circ + 65^\circ = 86^\circ$.



6 Намерете обиколката и лицето на начертаните фигури. Всяко квадратче е с дължина на страната 1 см.

Решение | Преброяваме квадратчетата по контура на фигурите.



7 Колко е страната на равностранен триъгълник, ако обиколката му е:

а) 1920 cm; б) 2019 cm; в) 9201 cm?

Решение а) Тъй като триъгълникът е равностранен, трите му страни са равни помежду си. Обиколката се намира, като едната страна на триъгълника се умножи по 3, т.е. $3 \cdot a = 1920$. Намираме страната a като неизвестен множител, като разделим произведението на известния множител, т.е. $a = 1920:3$. Получаваме, че $a = 640$ cm.

б) $2019:3 = 673$ cm; в) $9201:3 = 3067$ cm.

8 Две от страните на разностранен триъгълник са $AB = 18$ cm и $BC = 23$ cm. Намерете дължината на страната AC , ако обиколката на триъгълника е 60 cm.

Решение Означаваме обиколката на триъгълника с P .

Тогава $AB + BC + AC = P$.

$18 + 23 + AC = 60$; $41 + AC = 60$; $AC = 60 - 41$; $AC = 19$ cm.

9 Равнобедрен триъгълник с бедро 11 cm има обиколка 39 cm. Намерете основата на триъгълника.

Решение Ако едното бедро е 11 cm, то и другото е също 11 cm. Тогава сборът от дължините на двете бедра е 22 cm. Третата страна на триъгълника ще намерим, като от обиколката извадим сбора от дължините на двете бедра, т.е. $39 - 22 = 17$ cm.

10 Равнобедрен триъгълник с основа 17 m има обиколка 45 m. Намерете бедрото на триъгълника.

Решение Ако от обиколката на триъгълника извадим основата, ще получим сбора на двете бедра, а той е $45 - 17 = 28$. Двете бедра са равни помежду си и сборът им е 28. Тогава бедрото на триъгълника ще намерим, като сбора разделим на две, $28:2 = 14$ m е дължината на бедрото на триъгълника.

11 Правоъгълник с дължина 8 cm има лице 48 cm². Намерете обиколката му.

Решение Лицето на правоъгълника се получава, като се умножат двете му страни – дължина и широчина. Широчината ще намерим, като разделим лицето на дължината. Тя е $48:8 = 6$ cm. Обиколката на правоъгълника ще намерим, като съберем широчината с дължината и получения сбор умножим по 2.

$6 + 8 = 14$; $14 \cdot 2 = 28$ cm е обиколката.

12 Обиколката на правоъгълник е 22 dm, а широчината му е 2 dm. Намерете дължината и лицето му.

Решение | Обиколката на правоъгълника е намерена, като сумата от дължината и широчината е умножена по 2. Тогава сумата от дължината и широчината ще намерим, като разделим обиколката на 2.

$22:2 = 11$ dm е сумата (дължина + широчина = сума), т.е. дължина + 2 = 11. Следователно дължината е $11 - 2 = 9$ dm.

Лицето на правоъгълника намираме, като умножим дължината по широчината: $2 \cdot 9 = 18$ dm².

13 Обиколката на квадрат е 20 cm. Намерете лицето му.

Решение | Обиколката на квадрат се намира, като дължината на страната му се умножи по 4. Тогава страната на квадрата ще намерим, като разделим обиколката му на 4.

$20:4 = 5$ cm е дължината на страната на квадрата. Лицето на квадрата ще намерим, като умножим страната на квадрата по себе си: $5 \cdot 5 = 25$ cm².

14 Лицето на квадрат е 36 m². Намерете обиколката му.

Решение | Лицето на квадрата е намерено, като страната му е умножена по себе си. Числото, умножено по себе си, за да се получи 36, е 6. Следователно страната на квадрата е 6 m. Обиколката ще намерим, като умножим страната по 4. Обиколката е $6 \cdot 4 = 24$ m.

ОПИТАЙ САМ

15 Даден е разностранен триъгълник ABC . Обиколката му е означена с P . Попълнете таблицата.

AB	15 m		34 cm	82 mm
BC	22 m	27 dm	38 cm	
CA	23 m	32 dm		48 mm
P		84 dm	91 cm	235 mm

16 Даден е равнобедрен триъгълник ABC , в който $AC = BC$. Обиколката му е означена с P . Попълнете таблицата.

AB	13 dm	12 cm		
BC	15 dm		23 mm	
CA				19 m
P		44 cm	71 mm	61 m

17 Едната страна на правоъгълник е 5 dm, а другата е 4 пъти по-голяма. Намерете лицето на правоъгълника.

18 Правоъгълник с дължина 13 m има лице 143 m^2 . Намерете обиколката му.

19 Обиколката на правоъгълник е 130 mm, а широчината му е 54 mm. Намерете дължината и лицето му.

20 Лицето на правоъгълник е 54 cm^2 , а едната му страна е 9 cm. Намерете обиколката му.

21 Обиколката на квадрат е 20 cm. Намерете лицето му.

22 Лицето на квадрат е 81 cm^2 . Намерете обиколката му.

МОГА ПОВЕЧЕ

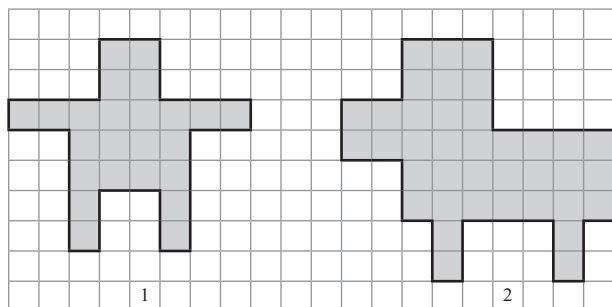
23 Обиколката на правоъгълник със страна 13 cm е равна на обиколката на квадрат със страна 22 cm. Намерете лицето на правоъгълника.

24 Обиколката на равностраничен триъгълник със страна 26 cm е равна на обиколката на правоъгълник със страна 19 cm. Намерете лицето на правоъгълника.

25 Даден е правоъгълник $ABCD$. Обиколката му е означена с P , а лицето му – с S . Попълнете таблицата.

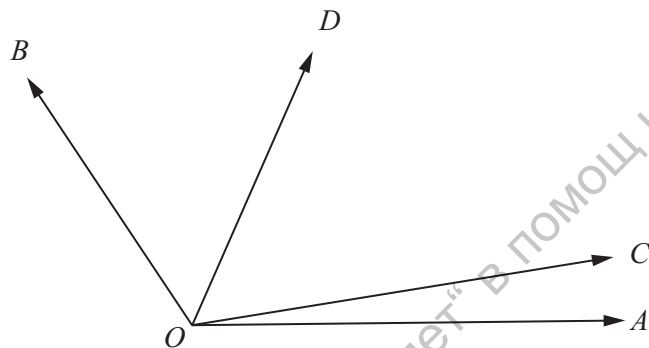
AB	15 cm	21 m	
BC	12 cm		18 cm
P			62 cm
S		147 m^2	

26 Попълнете таблицата за начертаните фигури (страната на квадратчето е 1 cm).



Фигура	1	2
Обиколка		
Лице		

27 На чертежа ъгъл $AOB = 120^\circ$, ъгъл $AOC = 15^\circ$, ъгъл AOD е 5 пъти по-голям от ъгъл AOC . Намерете ъгъл DOB .



ВХОДНО НИВО

Вариант 1

В задачи от 1 до 6 точно един от дадените четири отговора е верен.

На задачи от 7 до 9 запишете само отговора.

Решенията на задачи 10 и 11 опишете подробно.

1 Сборът на числата пет милиона шестстотин и осемнадесет хиляди деветстотин четиридесет и три и два милиона сто и девет хиляди и петдесет и осем е:

а) 5 829 901; б) 7 728 523; в) 7 728 001; г) 3 509 885.

2 $7213 - 3815$ е

а) 3408; б) 3398; в) 4602; г) 4498.

3 856.89 е:

а) 76 184; б) 75 328; в) 77 284; г) 76 284.

4 $26\ 775:85$ е:

а) 305; б) 317; в) 321; г) 315.

5 $(448 - 196):18 + (902 - 199):37 =$

а) 33; б) 239; в) 105; г) 23.

6 Намерете неизвестното умляемо в равенството $3817 - \square = 1009$.

а) 2908; б) 2808; в) 2818; г) 2708.

7 Общата дължина на реките Янтра и Арда в България е 527 километра. Ако река Янтра е 286 километра, колко е дължината на река Арда?

8 Намерете неизвестния множител в равенството $79 \cdot \square = 3792$.

9 Намерете неизвестния делител в равенството $5461 : \square = 43$.

10 Лили, Георги и Стефи имат обща група във Фейсбук. В началото на учебната година Лили публикувала 78 снимки от лятната ваканция. Георги публикувал с 47 снимки повече от Лили, а Стефан – 2 пъти повече снимки от Лили. Колко снимки общо са публикували тримата приятели?

11 Равнобедрен триъгълник с основа 23 cm има обиколка 61 cm. Намерете бедрото му.

ВХОДНО НИВО

Вариант 2

В задачи от 1 до 6 точно един от дадените четири отговора е верен.

На задачи от 7 до 9 запишете само отговора.

Решенията на задачи 10 и 11 опишете подробно.

1 Сборът на числата три милиона петстотин и осем хиляди и четиридесет и девет и четири милиона триста деветдесет и четири хиляди шестстотин и петнадесет е:

а) 7 903 105; б) 886 566; в) 4 745 464; г) 7 902 664.

2 $6218 - 3779$ е

а) 3439; б) 2439; в) 3549; г) 3548.

3 934.76 е

а) 71 384; б) 70 304; в) 70 984; г) 71 894.

4 $31\ 356:78$ е

а) 402; б) 42; в) 412; г) 420.

5 $(590 - 221):41 + (784 - 394):26 =$

а) 24; б) 9; в) 15; г) 218.

6 Намерете неизвестното умляемо в равенството $4075 - \square = 2307$.

а) 2778; б) 1768; в) 2368; г) 1368.

7 Общата дължина на реките Места и Струма в България е 416 километра. Ако река Места е 126 километра, колко е дължината на река Струма?

8 Намерете неизвестния множител в равенството $27 \cdot \square = 1458$.

9 Намерете неизвестния делител в равенството $5564 : \square = 26$.

10 Петър, Огнян и Илия играли на електронна игра. Петър спечелил 118 точки, Огнян – 2 пъти по-малко от Петър, а Илия – с 89 точки повече от Огнян. Колко точки общо са спечелили тримата приятели?

11 Лицето на правоъгълник със страна 28 cm е 1008 cm^2 . Намерете периметъра му.

4 ДЕЛИМОСТ НА ЧИСЛАТА. СВОЙСТВА

Свойства на делимостта

Ако всяко от събираемите на сбор се дели на дадено число, то и сборът се дели на числото.

Ако едно от събираемите на сбор не се дели на дадено число, а всички останали събираеми се делят, то сборът не се дели на числото.

Ако поне един от множителите на произведение се дели на дадено число, то и произведението се дели на числото.

За всеки две естествени числа a и b съществуват две цели числа q и r , такива, че

$$a = b \cdot q + r, \quad 0 \leq r < b.$$

Числото q се нарича частно, а r – остатък при делението на a с b .

За всеки две естествени числа a и b казваме, че b дели a , ако съществува такова естествено число q , за което

$$a = b \cdot q.$$

Ако b дели a , казваме, че b е делител на a , или още, че a е кратно на b .

1 Намерете частното и остатъка при деление на:

а) 85 на 12; б) 56 на 3; в) 67 на 9; г) 96 на 16.

Решение

$$\begin{array}{l} \text{а) } 85 : 12 = 7 \text{ – частното е } 7, \\ \quad \frac{84}{1} \quad \quad \quad \text{а остатъкът е } 1. \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{б) } 56 : 3 = 18 \text{ – частното е } 18, \\ \quad \frac{3}{26} \quad \quad \quad \text{а остатъкът е } 2. \\ \quad \frac{24}{2} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{в) } 67 : 9 = 7 \text{ – частното е } 7, \\ \quad \frac{63}{4} \quad \quad \quad \text{а остатъкът е } 4. \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{г) } 96 : 16 = 6 \text{ – частното е } 6, \\ \quad \frac{96}{0} \quad \quad \quad \text{а остатъкът е } 0. \end{array}$$

2 Ани си купила от училищния бюфет 2 кроасана по 72 ст., 1 сок за 93 ст. и 3 дъвки. Продавачката поискала 2 лв. 95 ст. Като чула това, Ани веднага заявила на продавачката, че има грешка. Защо е била толкова уверена?

Решение Сметката на Ани е $2.72 + 1.93 + 3 \cdot x$, където x е цената на една дъвка. Тъй като 72 се дели на 3, то първото събираемо 2.72 се дели на 3. Освен това 93 се дели на 3 и значи второто събираемо 1.93 също се дели на 3. По същата причина и третото събираемо $3 \cdot x$ се дели на 3. Следователно сметката на Ани също ще се дели на 3. Но числото 295 не се дели на 3 и затова Ани съобразила, че продавачката греша.

- 3** Стойността на кой от изразите е кратна на 8?
а) $75 + 160$; б) $4977 + 568$; в) $64 + 192 + 29\ 800$; г) $24 + 691$.

Решение

- а) 75 не се дели на 8, а 160 се дели на 8. Следователно $75 + 160$ не се дели на 8.
б) 4977 не се дели на 8, а 568 се дели на 8. Следователно $4977 + 568$ не се дели на 8.
в) 64 се дели на 8, 192 се дели на 8, 29 800 се дели на 8. Следователно $64 + 192 + 29\ 800$ също се дели на 8.
г) 24 се дели на 8, а 691 не се дели на 8. Следователно $24 + 691$ не се дели на 8. Следователно отговорът е в).

- 4** Намерете всички двуцифрени числа, за които остатъкът и частното при деление на 5 са равни.

Решение Нека x е едно такова число. Тъй като остатъкът винаги е по-малък от делителя, то в случая, който разглеждаме, има четири възможни остатъка: 1, 2, 3 и 4. Последователно разглеждаме всяка от тези възможности:

$$x:5 = 1 \text{ с остатък } 1 \Rightarrow x = 5 \cdot 1 + 1 = 6.$$

$$x:5 = 2 \text{ с остатък } 2 \Rightarrow x = 5 \cdot 2 + 2 = 12.$$

$$x:5 = 3 \text{ с остатък } 3 \Rightarrow x = 5 \cdot 3 + 3 = 18.$$

$$x:5 = 4 \text{ с остатък } 4 \Rightarrow x = 5 \cdot 4 + 4 = 24.$$

По условие търсим само двуцифрени числа, чиито остатък и частно при деление на 5 са равни. Следователно от намерените стойности на x , решения на задачата са 12, 18 и 24.

- 5** Числата 107, 15, 7 и 2 са делимо, делител, частно и остатък. Кое от тях е делимо, кое – делител, кое – частно и кое – остатък?

Решение Делимото е най-голямото число, следователно 107 е делимото. Делителят е по-голям от остатъка и може да е само 15 или 7. Следователно решенията на задачата са две:

$$107:15 = 7 \text{ и остатък } 2;$$

$$107:7 = 15 \text{ и остатък } 2.$$

ОПИТАЙ САМ

- 6** Кой от дадените изрази не се дели на 5?
а) $16 + 275$; б) $400 + 510 + 255$; в) $49\ 675.68.12\ 079$; г) $7140 + 9995$.

7 Числата 247, 15, 7 и 16 са делимо, делител, частно и остатък. Кое от тях е остатък?

- а) 247; б) 16; в) 15; г) 7.

8 Числата 111, 8, 7 и 13 са делимо, делител, частно и остатък. Кое от тях е делимо?

- а) 111; б) 13; в) 8; г) 7.

9 При деление на число с 12 остатъкът **не** може да е:

- а) 5; б) 7; в) 9; г) 13.

10 Намерете делителя, ако делимото е 193, частното е 14, а остатъкът е 11.

11 Дадени са числата $m = 5$, $n = 67\,593$, $p = 27\,968$ и $q = 19$. Кое от тях трябва да се постави на мястото на $*$, така че стойността на $(* + 21756) : 2$ да е естествено число?

- а) m ; б) n ; в) p ; г) q .

МОГА ПОВЕЧЕ

12 Намерете всички естествени числа, чиито частно и остатък при деление на 7 са равни.

13 Числото 123.515.4976 **не** е кратно на:

- а) 2; б) 3; в) 5; г) 9.

14 Ако разделим 83 на b , ще получим частно q и остатък 6. Намерете b и q .

15 Най-малкото общо кратно на две числа е 2880, а най-големият им общ делител е 96. Едното от числата е 480. Намерете другото число.

5 ПРИЗНАЦИ ЗА ДЕЛИМОСТ НА 2, 3, 4, 5, 9 И 10

Едно число се дели на 6, ако едновременно се дели на 2 и 3.

Едно число се дели на 10, ако последната му цифра е 0.

Едно число се дели на 9, ако сборът от цифрите му се дели на 9.

Едно число се дели на 4, ако числото, образувано от последните му две цифри, се дели на 4.

Примери: 25 732 се дели на 4, защото 32 се дели на 4.

2 908 422 не се дели на 4, защото 22 не се дели на 4.

1 Използвайки само по веднъж цифрите 2, 3 и 4, запишете всички трицифрени числа, които:

а) се делят на 3; б) се делят на 4.

Решение а) Тъй като $2 + 3 + 4 = 9$ се дели на 3, то всяко трицифрено число, съставено от тези цифри, се дели на 3. Следователно решения са числата 234, 243, 324, 342, 423 и 432.

б) С цифрите 2, 3 и 4 могат да се съставят само две двуцифрени числа, които се делят на 4, а именно 24 и 32. Следователно получените трицифрени числа са 324 и 432.

2 До числото 15 добавете две цифри така, че полученото четирицифрено число да се дели на: а) 5; б) 10.

Решение Две цифри a и b могат да се запишат до числото 15 по три начина: $15ab$, $ab15$ и $a15b$. Последователно разглеждаме възможните случаи.

а) $15ab$ се дели на 5, ако b е 0 или 5, а a може да е всяка от десетте цифри.

$a15b$ се дели на 5, ако b е 0 или 5, а a може да е всяка от цифрите освен 0.

$ab15$ се дели на 5 при всяка комбинация на цифрите a и b , при която a е различна от 0.

б) $ab15$ не се дели на 10 и трябва да се разгледат само другите два варианта.

$15ab$ се дели на 10, ако $b = 0$, а a може да е всяка от десетте цифри.

$a15b$ се дели на 10, ако $b = 0$, а a може да е всяка от цифрите освен 0.

3 Намерете: а) най-малкото трицифрено число, което се дели на 3;

б) най-голямото трицифрено число, което се дели на 4.

Решение а) Най-малкото трицифрено число е 100, но тъй като $1 + 0 + 0 = 1$, то не се дели на 3. Най-малкото трицифрено число, което се дели на 3, е 102.

б) Най-голямото трицифрено число е 999. Проверяваме дали то се дели на 4 – $999 : 4 = 349$ и остатък 3. Следователно $999 - 3 = 996$ е най-голямото трицифрено число, което се дели на 4.

ОПИТАЙ САМ

- 4 Дадени са числата 213, 575, 1248, 7245, 1305, 125, 27 783, 1242, 5050 и 180. Кои от тях се делят на:
а) 2; б) 5; в) 10; г) 3; д) 6; е) 9?
- 5 Отляво и отдясно на числото 26 запишете по една цифра така, че полученото четирицифрено число да се дели на: а) 3; б) 9.
- 6 Отдясно на 216 запишете една цифра така, че полученото число да се дели на 6.
Упътване: За да се дели на 6 едно число, то трябва да се дели едновременно на 2 и на 3.
- 7 В числото $\overline{123a4}$ заменете a с такава цифра, че числото да се дели на 4.
- 8 В числото $\overline{5a7b}$ заменете a и b с такива цифри, че числото да се дели на 9.
- 9 Намерете най-голямото четирицифрено число, което се дели на 6.
- 10 Намерете най-малкото четирицифрено число, което се дели на 9.
- 11 Коя цифра да запишем отдясно на 55 364, за да може полученото число да се дели на 6?

МОГА ПОВЕЧЕ

- 12 Докажете, че ако a е коя да е цифра от 1 до 9, числото \overline{aaa} винаги се дели на 3.
- 13 Ако $573 + a$ се дели на 6 и a е едноцифрено число, намерете a .
- 14 Напишете всички четирицифрени числа с цифра на десетиците 5 и цифра на хилядите 7, които се делят на 9.
- 15 Намерете броя на всички числа от вида $\overline{12ab}$, които се делят на 5.
- 16 Отляво и отдясно на числото 10 напишете по една цифра така, че полученото четирицифрено число да се дели на 36 и частното на това число при деление с 36 да е съставено от различни цифри.

6 ПРОСТИ И СЪСТАВНИ ЧИСЛА

- 1** В коя от посочените групи числа всички са прости?
а) 1; 2; 3
б) 2; 5; 8
в) 3; 17; 11
г) 2; 3; 4.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Решение

- а) 1 не е просто число; б) 8 не е просто число;

в) всички числа са прости; г) 4 не е просто. Следователно верният отговор е в).

- 2** Намерете всички числа, които са четни и прости.

Решение Единственото четно число, което се дели само на себе си и на 1, е числото 2. Останалите четни числа се делят на 2 и следователно не са прости.

- 3** Намерете две прости числа, чийто сбор е: а) просто число; б) съставно число.

Решение а) $2 + 5 = 7$; $2 + 11 = 13$ и др.; б) $3 + 5 = 8$ и др.

- 4** Намерете просто число, което може да се представи като сбор на две съставни числа.

Решение Например $4 + 9 = 13$.

- 5** Кое число е кратно на всички прости числа?

Решение Числото 0.

- 6** Разложете на прости множители числата 60; 144; 155; 77 и открийте кои двойки от тези числа са взаимно прости.

Решение

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 144 & 2 \\ 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 155 & 5 \\ 31 & 31 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 77 & 7 \\ 11 & 11 \end{array}$$

По определение взаимно прости са числата, които нямат общи делители освен 1. В случая двойките от дадените числа, които са взаимно прости, са (60 и 77), (144 и 155), (144 и 77) и (155 и 77).

ОПИТАЙ САМ

7 Намерете чрез решетото на Ератостен всички прости числа между 100 и 150.

8 Броят на простите числа между 100 и 130 е:

а) 9; б) 7; в) 8; г) 6.

9 Представете числата като сбор на три прости числа.

$$6 = \square + \square + \square \quad 13 = \square + \square + \square \quad 25 = \square + \square + \square$$

10 Числото 43 680 е произведение на четири последователни цели числа. Намерете тези числа.

11 В коя от посочените групи и трите числа са прости?

а) 2; 3; 25; б) 1; 7; 13; в) 87; 11; 13; г) 3; 11; 23.

12 На коя цифра **не** може да завършва едно естествено число, ако е просто?

а) 1; б) 2; в) 0; г) 5.

13 В коя двойка числата са взаимно прости?

а) 78 и 91; б) 49 и 98; в) 27 и 28; г) 2565 и 123.

МОГА ПОВЕЧЕ

14 Броят на простите числа, които са множители в разлагането на 1700, е:

а) 3; б) 4; в) 5; г) 6.

15 Броят на числата, не по-малки от 50 и не по-големи от 80, които се делят на 5 или 3, е:

а) 10; б) 12; в) 15; г) 18.

7 ОБЩИ ДЕЛИТЕЛИ И ОБЩО КРАТНО

1 Намерете НОД на 124 и 96.

Решение | Разлагаме 124 и 96 на прости множители:

$$124 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot 31, \quad 96 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3.$$

По определение НОД на две числа е равен на произведението на простите множители, участващи в разлагането на тези числа. Следователно

$$\text{НОД}(124; 96) = 4.$$

Намирането на НОД на две числа може да бъде направено много по-бързо и лесно, като се използва алгоритъм, наречен на името на Евклид. Този алгоритъм се основава на следното свойство: Ако $a = b \cdot q + r$, т.е. ако a при деление на b дава остатък r , то $\text{НОД}(a; b) = \text{НОД}(b; r)$.

2 НОД (5296; 204) = ?

Решение | $5296:204 = 25$ (ост. 196)

$$204:196 = 1$$
 (ост. 8)

$$196:8 = 24$$
 (ост. 4)

$$8:4 = 2$$
 (ост. 0).

НОД е равен на последния различен от нула остатък. В случая

$$\text{НОД}(5296; 204) = 4.$$

3 В цветарски магазин доставили 80 бели и 120 червени карамфила. Какъв е най-големият брой еднакви букети, които могат да се направят с тях, и по колко бели и червени карамфила ще има в един букет?

Решение | $120:80 = 1$ (ост. 40)

$$80:40 = 2$$

$$\text{НОД}(120; 80) = 40.$$

Най-големият брой букети, които могат да се направят с доставените карамфили, е 40.

$$120:40 = 3, \quad 80:40 = 2.$$

Във всеки букет ще има по 3 червени и 2 бели карамфила.

Ако две взаимно прости числа делят дадено число, то и тяхното произведение дели това число.

Чрез това свойство можем да формулираме принципи за делимост на други числа.

Пример: $12 = 3 \cdot 4$ и $\text{НОД}(3; 4) = 1$.

Следователно, за да се дели едно число на 12, то трябва да се дели на 3

и на 4. Числото 924 024 се дели на 3, защото $9 + 2 + 4 + 0 + 2 + 4 = 21$. Освен това 924 024 се дели и на 4, защото 24 се дели на 4. Следователно 924 024 се дели на 12.

- 4** Кога едно число се дели на:
а) 15; б) 18; в) 36; г) 45; д) 60?

Решение | в) $36 = 4 \cdot 9$ и $\text{НОД}(4; 9) = 1$. Следователно, за да се дели дадено число на 36, то трябва да се дели на 4 и на 9.

- 5** До числото 4 запишете още две цифри така, че полученото число да се дели на 15.

Решение | $15 = 3 \cdot 5$. Тъй като 3 и 5 са прости числа, то те са също взаимно прости. Следователно едно число се дели на 15, ако се дели на 3 и на 5. Допишването на две цифри до числото 4 може да стане по три начина: $\overline{ab4}$, $\overline{a4b}$ и $\overline{4ab}$.

(1) Число от вида $\overline{ab4}$ не е решение на задачата, защото не се дели на 5, а следователно и на 15.

(2) За число от вида $\overline{a4b}$ има две възможности: $b = 0$ и $b = 5$.

Ако $b = 0$, то числото е $\overline{a40}$ и за да се дели на 3, трябва $a + 4$ да се дели на 3. Така получаваме три стойности на a , а именно 2, 5 и 8. Следователно в този случай решения на задачата са числата 240, 540 и 840.

Ако $b = 5$, то числото е $\overline{a45}$ и за да се дели на 3, трябва $a + 4 + 5$ да се дели на 3. Отново получаваме три стойности на a , а именно 3, 6 и 9. Следователно в този случай решения на задачата са числата 345, 645 и 945.

(3) За число от вида $\overline{4ab}$, аналогично на предишния случай, се получават решенията 420, 450, 480, 405, 435, 465 и 495.

ОПИТАЙ САМ

- 6** Кое от посочените числа се дели на 45?
а) 700 305; б) 212 700; в) 47 622; г) 11 250.

- 7** Кое от посочените числа **не** се дели на 18?
а) 72 360; б) 7 716; в) 234; г) 1818.

- 8** Към числото 1275 допишете 2 цифри така, че полученото шестцифрено число да се дели на 45.

- 9** В числото $\overline{5a38b}$ заменете a и b с такива цифри, че полученото число да се дели на 36.

- 10** Намерете $\text{НОД}(2149; 1029)$ и $\text{НОД}(4096; 576)$.

МОГА ПОВЕЧЕ

- 11** Най-големият общ делител на две числа е 15, а най-малкото общо кратно на същите числа е 210. Намерете числата.
- 12** Намерете естествено число a , което при деление с 4, 6, 8, 10 и 12 дава остатък 3 и удовлетворява неравенството $400 \leq a \leq 600$.
- 13** Намерете най-малкото естествено число, което при деление с 2, 3, 4, 5 и 6 дава един и същ различен от нула остатък.
- 14** Намерете най-малкото число, което при деление с 2, 3 и 4 дава остатък 1 и е кратно на 5.
- 15** Намерете най-големия прост делител на число от вида \overline{aaa} .

8 ДЕЛИМОСТ НА ЧИСЛАТА. ОБЩИ ЗАДАЧИ

- 1** Намерете най-малкото естествено число, което при деление на 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9 дава остатък 1.

Решение | Търсеното число, намалено с 1, се дели на 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и следователно е тяхно общо кратно. Тъй като се търси най-малкото такова число, намираме

$\text{НОК}(2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) = 2520$.
Следователно търсеното число е 2521.

- 2** Дадени са три различни естествени числа, чието произведение е равно на 36. Ако от сбора на тези числа извадим 1, ще получим число, което се дели на 3 и 5. Намерете трите числа.

Решение | Разлагаме числото 36 на прости множители $36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$. Образуваме възможните тройки различни числа, чието произведение е равно на 36. Те са 1, 2 и 18; 1, 4 и 9; 1, 3 и 12; 2, 3 и 6. Сборовете на тройките числа са съответно 21, 14, 16 и 11. От тези четири числа само 16 дава остатък 1 при деление на 15. Следователно търсените числа са 1, 3 и 12.

- 3** Намерете най-голямото естествено число b , за което числата 1163 и 1614 при деление с b дават остатъци съответно 13 и 4.

Решение | Щом 1163 при деление с b дава остатък 13, то $1163 - 13 = 1150$ е кратно на b . Аналогично $1614 - 4 = 1610$ също е кратно на b . Разлагаме 1150 и 1610 на прости множители: $1150 = 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 23$ и $1610 = 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 23$.

Следователно най-голямото число, което дели както 1150, така и 1610, т.е. техният най-голям делител, е $2.5.23 = 230$.

ОПИТАЙ САМ

4 Намерете най-малкото трицифрено число, чийто остатък при деление на 16 е равен на частното.

5 НОД на две естествени числа е 8, а НОК на същите числа е 240. Единственото просто число, което дели по-малкото, но не дели по-голямото, е 5. Намерете числата.

6 Отляво и отдясно на числото 17 напишете по една цифра така, че полученото четирицифрено число да се дели на 15 и частното на това четирицифрено число при деление на 15 също да се дели на 15.

7 а) Цифрата на десетиците на едно четирицифрено число е 3, а цифрата на стотиците е 1. Цифрите на единиците и на хилядите са такива, че числото, образувано от тях в този ред, е кратно на 15. Намерете всички числа с това свойство.

б) Намерете с кое число трябва да умножим най-малкото от числата, نامерени в подусловие а), за да получим 428 130.

8 Намерете естественото число a , което при деление на 4, 6, 8, 10 и 12 дава остатък 3 и удовлетворява неравенството $200 \leq a \leq 300$.

9 Намерете две прости числа, на които и сборът, и разликата са прости.

10 Баща ми работи четири дни и на петия ден почива, а мама почива само в неделя. Днес почиваха и двамата. След колко дни ще почиват пак заедно?

МОГА ПОВЕЧЕ

11 Учениците в спортен клуб могат да се построят в редица по шестима, при което всички редици ще бъдат запълнени. Ако един от тях строява останалите, може да ги строи по петима и отново всички редици ще бъдат запълнени. Колко деца спортуват в този клуб, ако броят им не превишава 40?

12 На парада на кралските мускетари, като видял, че не могат да се подредят по 11, техният началник решил да ги подреди в редици по 10, но се оказало, че в последната редица има едно свободно място. След това той последователно опитал да ги подреди в редици по 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3 и 2, но винаги в последната редица оставало едно свободно място. Колко души са участвали в парада, ако мускетарите са не повече от 7000?

13 В една кутия има не по-малко от 100 и не повече от 200 дъвки, а броят им е число, кратно на 18 и 24. Колко дъвки има в кутията?

14 Дадени са четири различни цели числа, за които е изпълнено равенството $(6-a)(6-b)(6-c)(6-d) = 24$. Намерете $a + b + c + d$.

9 ТЕСТ „ДЕЛИМОСТ“

В задачи от 1 до 6 точно един от дадените четири отговора е верен.

На задачи от 7 до 9 запишете само отговора.

Решенията на задачи 10 и 11 опишете подробно.

1 Числата 7, 9, 11 и 86 са делимо, делител, частно и остатък. Остатъкът е:
а) 9; б) 7; в) 86; г) 11.

2 Броят на всички делители на числото 90 е:
а) 8; б) 9; в) 10; г) 12.

3 Намерете най-голямото просто число, което е делител на 210, е:
а) 3; б) 5; в) 7; г) 15.

4 Общи делители на 105 и 120 са:
а) 3, 5, 7; б) 3, 5, 15; в) 3, 5, 8; г) 5, 7, 8.

5 $144 \cdot (475 + 4001)$ **не** се дели на:
а) 2; б) 3; в) 4; г) 5.

6 Числото $\overline{571a2}$ е кратно на 36 при a , равно на:
а) 1; б) 3; в) 5; г) 8.

7 Намерете най-малкото число с различни цифри \overline{abcde} , което се дели на 4.

8 Намерете НОД (4536; 276).

9 Намерете броя на всички двойки числа \overline{ab} и \overline{ba} , $a \neq b$, които са прости.

10 Намерете най-големия брой еднакви подаръчни пакети, които могат да се направят от 150 бонбона и 175 шоколада.

11 В една кошница има по-малко от 100 ябълки, които могат да бъдат разделени поравно на 2, 3 или 5 деца, но не могат да се разделят поравно между 4 деца. Колко ябълки има в кошницата?

10 ОБИКНОВЕНА ДРОБ. СВОЙСТВА НА ОБИКНОВЕНИТЕ ДРОБИ

1 Намерете естествените числа n , за които дробта:

- а) $\frac{n}{5}$ е правилна; б) $\frac{4}{n}$ е неправилна;
в) $\frac{n+2}{6}$ е правилна; г) $\frac{11}{2n}$ е неправилна.

Решение | а) Дадената дроб е правилна, ако естественото число n е по-малко от 5. Следователно n е някое от числата 1; 2; 3 или 4.

б) Дадената дроб е неправилна, ако естественото число n е не по-голямо от 4. Следователно n е някое от числата 1; 2; 3 или 4.

в) Дадената дроб е правилна, ако естественото число n е такова, че $n + 2 < 6$, т.е. $n < 4$. Следователно n е някое от числата 1; 2 или 3.

г) Дадената дроб е неправилна, ако естественото число n е такова, че $2n$ е не по-голямо от 11, т.е. $n < 6$. Следователно n е някое от числата 1; 2; 3; 4 или 5.

2 Запишете всички обикновени дроби, за които сборът от числителя и знаменателя е 7. Колко от тях са правилни?

Решение | Дробите, за които сборът от числителя и знаменателя е 7, са $\frac{1}{6}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{3}$; $\frac{5}{2}$ и $\frac{6}{1}$. От тях първите три са правилни.

3 На мястото на всяка от „звездичките“ в записа $\frac{3 * 2}{*42}$ запишете по една цифра така, че да се получи дроб с числител, който се дели на 3, и знаменател, кратен на 6. Колко от получените дроби са правилни и колко са по-големи от 1?

Решение | Числото $3 * 2$ ще се дели на 3, ако сборът от цифрите му се дели на 3. Такива са числата 312, 342 и 372. Числото $*42$ ще се дели на 6, ако се дели на 2 и на 3. Такива са числата 342, 642 и 942. Получените дроби са

$\frac{312}{342}$; $\frac{312}{642}$; $\frac{312}{942}$; $\frac{342}{342}$; $\frac{342}{642}$; $\frac{342}{942}$; $\frac{372}{342}$; $\frac{372}{642}$ и $\frac{372}{942}$. От тях по-малките от 1

са всички правилни дроби, т.е. 7, равна на 1 е една и остава една от тях, която е по-голяма от 1.

4 На детска площадка с правоъгълна форма с дължина 70 dm и широчина 6 m има пясъчник с форма на квадрат със страна 200 cm. Представете с несъкратима дроб частта от площадката, отделена за пясъчник.

Решение | $70 \text{ dm} = 7 \text{ m}$, $200 \text{ cm} = 2 \text{ m}$. Лицето на площадката е $6 \cdot 7 = 42 \text{ m}^2$, а лицето на пъсччника е $2 \cdot 2 = 4 \text{ m}^2$. Тогава пъсччникът е $\frac{4}{42} = \frac{2}{21}$ части от площадката.

5 Лека кола изминава разстоянието между две селища за 3 h и 20 min. Каква част от пътя ще измине колата за:
 а) 22 min; б) 2 h 16 min; в) 1 h 10 min 40 s?

Решение | $3 \text{ h } 20 \text{ min} = (3 \cdot 60 + 20) \text{ min} = 200 \text{ min} = 200 \cdot 60 \text{ s} = 12\,000 \text{ s}$.

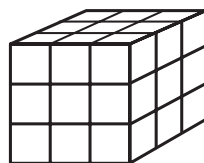
а) За 22 min колата изминава $\frac{22}{200} = \frac{11}{100}$ от цялото разстояние.

б) За 2 h 16 min = 136 min – изминава $\frac{136}{200} = \frac{17}{25}$ от цялото разстояние.

в) За 1 h 10 min 40 s = 4240 s – изминава $\frac{4\,240}{12\,000} = \frac{53}{150}$ от цялото разстояние.

ОПИТАЙ САМ

6 Двадесет и седем бели кубчета са слепени, както е показано на фигурата и са потопени в боя. Каква част от всичките единични кубчета имат оцветени точно по една стена?



7 Намерете естествените числа p , за които дробта:

а) $\frac{p+3}{6}$ е правилна; б) $\frac{2+3 \cdot p}{12}$ е правилна; в) $\frac{13}{3 \cdot p - 2}$ е неправилна.

8 Запишете всички обикновени дроби, за които сборът от числителя и знаменателя е 9. Колко дроби написахте? Колко от тях са правилни?

9 На мястото на всяка от „звездичките“ в записа $\frac{4*}{*2}$ запишете по една цифра така, че числителят да се дели на 6, а знаменателят да е кратен на 3. Колко от получените дроби са правилни? Колко от тях са по-големи от 1? Може ли да се получи дроб, равна на 1?

10 Автобусната спирка близо до дома на Дамян е покрита с 56 плочки и той преценил, че 12 са за подмяна. При по-внимателно оглеждане ремонтната бригада пресметнала, че трябва да се сменят $\frac{2}{7}$ части от плочките. Колко още плочки са за подмяна?

11 Плочки с размери 15 cm и 20 cm покриват площадка от 3 m². Каква част от площадката покриват 20 от плочките?

12 За направа на коледна украса на класната стая Боряна купила няколко гирлянди. От тях тя използвала три пъти повече, отколкото ѝ останали. С каква част от гирляндите Боряна направила украсата?

13 Запишете с несъкратима дроб каква част от метъра са:
а) 20 cm; б) 3 dm 1 cm; в) 10 m 56 cm; г) 142 dm 2mm.

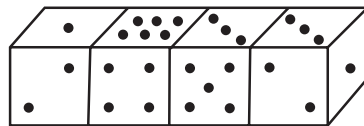
14 Запишете с несъкратима дроб каква част от часа са:
а) едно денонощие и 25 min; б) 2 h 21 min; в) 10 min 56 s.

15 Запишете с несъкратима дроб каква част от 10 лв. са:
а) 240 лв.; б) 105 лв. 2 ст.; в) 408 ст.

МОГА ПОВЕЧЕ

16 Ани, Боян, Вили и Габи живеят на една улица. Разстоянието от къщата на Ани до къщата на Вили е 65 m, а до къщата на Габи е 85 m. Къщата на Боян е на 10 m от къщата на Вили. Каква част от разстоянието между къщите на Вили и Габи е разстоянието между къщите на Ани и Боян?

17 Четири класически зарчета (сборът на всеки две срещуположни страни е 7) са залепени, както е показано. Каква част е броят на изчезналите след залепването точки спрямо точките по стените на получения правоъгълен паралелепипед?



18 В училището за магьосници учебният ден има 6 учебни часа, всеки един от които се състои от 1 h 6 min. Първото междучасие има продължителност 6 min, а всяко следващо е с 6 min по-голямо. Каква част от учебния ден е третото междучасие? Каква част от учебния ден е времето за междучасията?

11 ПРИВЕЖДАНЕ НА ОБИКНОВЕНИ ДРОБИ КЪМ ОБЩ ЗНАМЕНАТЕЛ. СРАВНЯВАНЕ

1 Сравнете дробите.

- а) $\frac{328}{55}$, $\frac{47}{47}$ и $\frac{3}{25}$; б) $\frac{420}{53}$, $\frac{47}{53}$ и $\frac{31}{53}$; в) $\frac{13}{81}$, $\frac{13}{110}$ и $\frac{13}{97}$;
 г) $\frac{38}{513}$, $\frac{10}{162}$ и $\frac{28}{126}$; д) $\frac{1205}{1187}$ и $\frac{1205001205}{1187001187}$.

Решение | а) $\frac{3}{25} < \frac{47}{47} < \frac{328}{55}$ (всяка правилна дроб е по-малка от 1, а всяка неправилна дроб е по-голяма или равна на 1);

б) $\frac{31}{53} < \frac{47}{53} < \frac{420}{53}$ (знаменателите са равни и $31 < 47 < 420$);

в) $\frac{13}{110} < \frac{13}{97} < \frac{13}{81}$ (Защо?);

г) Тъй като $\frac{38}{513} = \frac{2 \cdot \cancel{19}}{27 \cdot \cancel{19}} = \frac{2}{27} = \frac{6}{81}$, $\frac{10}{162} = \frac{\cancel{2} \cdot 5}{\cancel{2} \cdot 81} = \frac{5}{81}$,

$\frac{28}{126} = \frac{\cancel{14} \cdot 2}{\cancel{14} \cdot 9} = \frac{2}{9} = \frac{18}{81}$ и $\frac{5}{81} < \frac{6}{81} < \frac{18}{81}$, то $\frac{10}{162} < \frac{38}{513} < \frac{28}{126}$;

д) $\frac{1205001205}{1187001187} = \frac{1205 \cdot 1000001}{1187 \cdot 1000001} = \frac{1205}{1187}$.

2 Проверете верността на твърденията.

а) $\frac{132}{144} = \frac{12}{11}$; б) $\frac{20.5}{20:5} < 1$;

в) $\frac{23}{99} = \frac{232323}{999999}$; г) $\frac{19}{199} > \frac{249:3}{4162:2081}$.

Решение | Тъй като $\frac{132}{144} = \frac{11 \cdot 12}{12 \cdot 12} = \frac{11}{12}$, то твърдението не е вярно.

б) Тъй като $\frac{20.5}{20:5} = \frac{100}{4} = 25 > 1$, то твърдението не е вярно.

в) Тъй като $\frac{232323}{999999} = \frac{10101.23}{10101.99} = \frac{23}{99}$, то твърдението е вярно.

г) Тъй като $\frac{19}{199} < 1$ и $\frac{249:3}{4162:2081} = \frac{83}{2} > 1$, то твърдението не е вярно.

3 Намерете най-малкия общ знаменател на дробите $\frac{163}{444}$, $\frac{191}{666}$ и $\frac{195}{1998}$.

Решение | От $444 = 2.222$, $666 = 3.222$ и $1998 = 9.222$ следва, че най-големият общ делител на 444, 666 и 1998 е 222.

Тогава НОЗ (444, 666, 1998) = НОД.НОК (2, 3 и 9) = $222.18 = 3996$.

4 Приведете дробта $\frac{21}{126}$ към равна на нея дроб:

а) със знаменател 30;

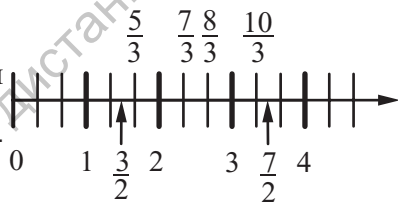
б) с числител 49.

Решение | Тъй като $\frac{21}{126} = \frac{1.21}{6.21} = \frac{1}{6}$, то: а) $\frac{21}{126} = \frac{1}{6} = \frac{5}{30}$;

б) $\frac{21}{126} = \frac{1}{6} = \frac{49}{294}$.

5 Изобразете върху числовия лъч всички

несъкратими дроби със знаменател 3, разположени между дробите $\frac{3}{2}$ и $\frac{7}{2}$.



Решение | Да намерим всички дроби от вида $\frac{n}{3}$, такива, че n е естествено

число и $\frac{3}{2} < \frac{n}{3} < \frac{7}{2}$, т.е. $\frac{9}{6} < \frac{2n}{6} < \frac{21}{6}$. Числата n , удовлетворяващи условията, са 5, 6, 7, 8, 9 и 10. Между получените дроби несъкратими са $\frac{5}{3}$, $\frac{7}{3}$, $\frac{8}{3}$

и $\frac{10}{3}$. Изобразяваме ги върху числов лъч.

6 Към числителя и знаменателя на една дроб е прибавен знаменателят и е получена по-голяма дроб. Правилна или неправилна е първоначалната дроб?

Решение | Нека първоначалната дроб е $\frac{a}{b}$, а получената е $\frac{a+b}{b+b} = \frac{a+b}{2b}$ и

по условие е вярно, че $\frac{a}{b} < \frac{a+b}{2b}$. Тъй като $\frac{a}{b} = \frac{2a}{2b}$, то $\frac{2a}{2b} < \frac{a+b}{2b}$.

Следва изводът, че $2a < a+b$, т.е. $a+a < a+b$ или $a < b$, т.е. дробта $\frac{a}{b}$ е правилна.

ОПИТАЙ САМ

- 7 Сравнете дробите $\frac{23}{1226}$ и $\frac{61}{3065}$.
- 8 Намерете най-малкия общ знаменател на дробите $\frac{186}{1204}$, $\frac{97}{1806}$ и $\frac{705}{30100}$.
- 9 Гергана разделила на три части семейните доходи за един месец: за храна и поддържане на дома $\frac{4141}{8282}$ части; за здравеопазване и образование $\frac{3600}{16800}$ части; за влогове и инвестиции $\frac{844}{2954}$ части. Коя от трите части е най-малка?
- 10 Една строителна фирма може да завърши даден обект за $\frac{23}{6}$ h, втора – за $\frac{15}{4}$ h, а трета – за $\frac{10}{3}$ h. Коя от фирмите ще свърши работата за най-малко време и за колко минути?
- 11 Басейн се пълни през една тръба за 12 h и се изпразва през втора за 5 h. Ще има ли вода в басейна, ако след почистването му първата тръба се отвори за 5 h, а втората за 2 h?

МОГА ПОВЕЧЕ

- 12 Намерете дробите със знаменател едноцифрено число, които са по-големи от $\frac{7}{9}$ и по-малки от $\frac{8}{9}$.
- 13 Намерете дробите със знаменател едноцифрено число, които са по-големи от $\frac{5}{11}$ и по-малки от $\frac{6}{11}$.
- 14 Намерете обикновена дроб със знаменател 3, по-голяма от $\frac{6}{19}$ и по-малка от $\frac{6}{17}$.

12 СЪБИРАНЕ И ИЗВАЖДАНЕ НА ОБИКНОВЕНИ ДРОБИ С РАВНИ ЗНАМЕНАТЕЛИ

1 Пресметнете и подредете по големина изразите A , B и C , ако $A = \frac{1}{15} + \frac{2}{15} + \frac{4}{15} + \frac{8}{15}$, $B = \frac{14}{15} - \frac{1}{15} + \frac{2}{15} - \frac{13}{15}$ и $C = \frac{92}{47} - \frac{12}{47} - \frac{22}{47} + \frac{1}{47}$.

Решение | От $A = \frac{15}{15} = 1$, $B = \frac{2}{15} < 1$ и $C = \frac{59}{47} > 1$ следва $B < A < C$.

2 Пресметнете $\left(\frac{9}{4} + \frac{3}{4}\right) - \left(\frac{7}{4} + \frac{1}{4}\right)$.

Решение | $\left(\frac{9}{4} + \frac{3}{4}\right) - \left(\frac{7}{4} + \frac{1}{4}\right) = \frac{12}{4} - \frac{8}{4} = \frac{4}{4} = 1$.

3 Пресметнете: а) $\left(\left(\frac{1}{27} + \frac{5}{27} - \frac{2}{27}\right) - \frac{2}{27}\right) + \frac{1}{27}$;

б) $\frac{21}{17} - \left(\frac{3}{17} + \left(\frac{9}{17} - \frac{5}{17}\right)\right)$.

Решение | а) $\left(\left(\frac{1}{27} + \frac{5}{27} - \frac{2}{27}\right) - \frac{2}{27}\right) + \frac{1}{27} = \left(\frac{4}{27} - \frac{2}{27}\right) + \frac{1}{27} = \frac{2}{27} + \frac{1}{27}$
 $= \frac{3}{27} = \frac{1}{9}$;

б) $\frac{21}{17} - \left(\frac{3}{17} + \left(\frac{9}{17} - \frac{5}{17}\right)\right) = \frac{21}{17} - \left(\frac{3}{17} + \frac{4}{17}\right) = \frac{21}{17} - \frac{7}{17} = \frac{14}{17}$.

4 Намерете $x + y$, ако

$$x + \frac{11}{12} = \frac{17}{12} \text{ и } y - \frac{4}{18} = \frac{5}{18}.$$

Решение | От равенството $x + \frac{11}{12} = \frac{17}{12}$ намираме неизвестното събираемо

$x = \frac{17}{12} - \frac{11}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$, а от $y - \frac{4}{18} = \frac{5}{18}$ неизвестното умаляемо е

$y = \frac{5}{18} + \frac{4}{18} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$. Тогава $x + y = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$.

5 С колко ще се увеличи дробта $\frac{a}{b}$, ако към числителя се прибави знаменателят?

Решение | Новата дроб ще има вида $\frac{a+b}{b}$ и за да разберем с колко ще се

увеличи спрямо дадената дроб, ще пресметнем тяхната разлика:

$$\frac{a+b}{b} - \frac{a}{b} = \frac{b}{b} = 1. \text{ Получихме, че дробта ще се увеличи с } 1.$$

6 Намерете неизвестното число.

$$\text{а) } \left(\frac{12}{5} - \frac{7}{5}\right) - x = \frac{3}{5}; \quad \text{б) } \frac{1}{4} + \left(\frac{3}{4} - y\right) = \frac{5}{4} - \frac{3}{4}.$$

Решение | а) $\left(\frac{12}{5} - \frac{7}{5}\right) - x = \frac{3}{5}; 1 - x = \frac{3}{5}; x = 1 - \frac{3}{5}; x = \frac{2}{5};$

б) $\frac{1}{4} + \left(\frac{3}{4} - y\right) = \frac{2}{4}; \frac{3}{4} - y = \frac{2}{4} - \frac{1}{4}; \frac{3}{4} - y = \frac{1}{4}; y = \frac{3}{4} - \frac{1}{4}; y = \frac{1}{2}.$

7 Намерете $\frac{1}{77} + \frac{2}{77} + \frac{3}{77} + \dots + \frac{20}{77}.$

Решение | Събираемите са дроби с равни знаменатели, затова събираме числителите, т.е. естествените числа от 1 до 20. За улеснение при пресмятането може да направим групи по две събираеми, всяка с равен сбор. Събираемите са 20, тогава групите са $20:2 = 10$. И така $1 + 2 + 3 + \dots + 20$

$$= (1 + 20) + (2 + 19) + \dots + (10 + 11) = 10 \cdot 21 = 210, \text{ и}$$
$$\frac{1}{77} + \frac{2}{77} + \frac{3}{77} + \dots + \frac{20}{77} = \frac{210}{77} = \frac{30}{11}.$$

ОПИТАЙ САМ

8 Пресметнете. а) $\left(\frac{12}{20} - \frac{3}{20}\right) - \left(\frac{10}{20} - \frac{6}{20}\right);$

б) $\frac{7}{16} + \left(\frac{6}{16} - \left(\frac{20}{16} - \frac{19}{16}\right)\right).$

9 Намерете неизвестното число.

$$\text{а) } \left(x + \frac{3}{8}\right) - \frac{5}{8} = \frac{7}{8}; \quad \text{б) } \frac{6}{13} + \left(\frac{1}{13} + y\right) = \frac{9}{13};$$

$$\text{в) } \frac{21}{5} - \left(z - \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{5}\right)\right) + \frac{4}{5} = \frac{2}{5}; \quad \text{г) } \left(\frac{3}{20} + t\right) - \left(\frac{17}{20} - \left(\frac{1}{20} + \frac{9}{20}\right)\right) = \frac{27}{20}.$$

10 Сравнете числата a и b , ако $a = \frac{32}{46} - \frac{3}{46} - \left(\frac{4}{46} + \frac{5}{46}\right)$

$$\text{и } b = \left(\frac{8}{69} - \frac{2}{69}\right) + \left(\frac{19}{69} + \frac{24}{69}\right) - \frac{19}{69}.$$

- 11** Намерете. а) $\frac{1}{132} + \frac{2}{132} + \frac{3}{132} + \dots + \frac{10}{132}$;
 б) $\frac{4}{1221} + \frac{5}{1221} + \frac{6}{1221} + \dots + \frac{40}{1221}$.

МОГА ПОВЕЧЕ

- 12** От израза $m + (x - n) = n - p$ определете неизвестното число x , ако:
 а) $m = \frac{3}{31}$, $n = \frac{7}{31}$ и $p = \frac{2}{31}$;
 б) $m = \left(\frac{6}{11} - \frac{2}{11}\right) + \frac{1}{11}$, $n = \frac{27}{11} - \left(\frac{25}{11} - \frac{12}{11}\right)$ и $p = \frac{3}{11}$.
- 13** От кое число трябва да извадим разликата на $\frac{15}{7}$ и $\frac{14}{7}$, за да се получи $\frac{13}{7}$?
- 14** Ако $k = \frac{26}{5} - \left(\frac{12}{5} - \left(\frac{2}{5} + \frac{7}{5}\right)\right)$, намерете кое число трябва да се прибави към числото k , за да се получи $\frac{32}{5}$.
- 15** Нека числото a е най-голямата от всички дроби със знаменател едноцифрено число, по-голяма от $\frac{5}{7}$ и по-малка от $\frac{6}{7}$. Кое число трябва да извадим от a , за да се получи $\frac{1}{6}$?
- 16** Един стопанин разделил градината си на 15 равни части. В три от тях посадил зеленчуци, в седем – овощни дървета, а в две – цветя. Каква част от градината останала незасадена?
- 17** Добрата орисница, за да промени съдбата на Спящата красавица, поръсила кралството с вълшебна отвара, направена от $\frac{7}{33}$ L изворна вода, с $\frac{10}{33}$ L повече утринна роса и с $\frac{3}{33}$ L повече снежна вода, отколкото изворната вода и утринната роса, взети заедно. Колко литра била отварата?

13 СЪБИРАНЕ И ИЗВАЖДАНЕ НА ОБИКНОВЕНИ ДРОБИ С РАЗЛИЧНИ ЗНАМЕНАТЕЛИ

1 Извършете означените действия.

а) $\frac{6}{11} + \frac{5}{22}$; б) $\frac{61}{22} - 2$; в) $\frac{77}{33} + \frac{1}{22}$; г) $\frac{12}{5} + \frac{5}{12}$.

Решение а) $\frac{\overset{2}{\underset{22}{\frac{6}{11}}} + \overset{1}{\underset{22}{\frac{5}{22}}}}{22} = \frac{12}{22} + \frac{5}{22} = \frac{17}{22}$; б) $\frac{\overset{1}{\underset{22}{\frac{61}{22}}} - \overset{22}{\underset{1}{2}}}{22} = \frac{61}{22} - \frac{44}{22} = \frac{17}{22}$;
 в) $\frac{\overset{2}{\underset{66}{\frac{77}{33}}} + \overset{3}{\underset{66}{\frac{1}{22}}}}{66} = \frac{154}{66} + \frac{3}{66} = \frac{157}{66}$; г) $\frac{\overset{12}{\underset{60}{\frac{12}{5}}} + \overset{5}{\underset{60}{\frac{5}{12}}}}{60} = \frac{144}{60} + \frac{25}{60} = \frac{169}{60}$.

2 Пресметнете сбора.

а) $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{9.10}$; б) $\frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72}$.

Решение а) $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{9.10} = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{10}\right) = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} = \frac{1}{1} - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$;
 б) $\frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} = \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6} + \frac{1}{6.7} + \frac{1}{7.8} + \frac{1}{8.9} = \frac{1}{3} - \frac{1}{9} = \frac{2}{9}$.

3 Сравнете числата $M = \frac{1}{20} + \frac{1}{21} + \frac{1}{22} + \dots + \frac{1}{229}$

и $N = \frac{1}{21} + \frac{1}{22} + \frac{1}{23} + \dots + \frac{1}{230}$.

Решение Нека числото $C = \frac{1}{21} + \frac{1}{22} + \frac{1}{23} + \dots + \frac{1}{229}$.

Тогава $M = \frac{1}{20} + C$, а $N = C + \frac{1}{230}$. И тъй като $\frac{1}{20} > \frac{1}{230}$ и $\frac{1}{20} + C > C + \frac{1}{230}$, то $M > N$.

4 Намерете $a - b$, ако $4 - \frac{8}{15} = a + 1 = \frac{9}{2} - b$.

Решение | От $4 - \frac{8}{15} = a + 1$ намираме $\frac{52}{15} = a + 1, a = \frac{52}{15} - 1, a = \frac{37}{15}$. За да намерим b , използваме $4 - \frac{8}{15} = \frac{9}{2} - b$ или $\frac{37}{15} + 1 = \frac{9}{2} - b$ и получаваме $b = \frac{31}{30}$.

Тогава $a - b = \frac{37}{15} - \frac{31}{30} = \frac{43}{30}$.

5 В едно училище провели състезания по бягане и по плуване. В състезанието по бягане участвали $\frac{27}{40}$, а по плуване $\frac{7}{10}$ от учениците. Каква част от учениците са взели участие и в двете състезания?

Решение | Ако означим броя на учениците, участвали и в двете състезания, с x , получаваме равенството $\frac{27}{40} + \frac{7}{10} = x + 1$, откъдето $x = \frac{3}{8}$.

ОПИТАЙ САМ

6 Сравнете числата M и N , ако:

а) $M = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3}$ и $N = \frac{2}{3}$;

б) $M = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{7.8}$ и $N = \frac{7}{8}$.

7 Пресметнете:

а) $\frac{1}{53+55} - \frac{1}{53.54}$;

б) $\frac{1}{54-53} - \frac{1}{53+54}$;

в) $\frac{1}{53} - \frac{1}{54}$;

г) $\frac{1}{53} + \frac{1}{54}$.

8 Намерете неизвестното число x .

а) $\frac{1}{12} + x = \frac{5}{12} - \frac{2}{9}$;

б) $\frac{11}{6} - x = \frac{5}{6} - \frac{8}{9}$;

в) $2 - x = 1 + \frac{3}{5}$;

г) $\left(\frac{6}{7} + x\right) - \frac{3}{14} = \frac{22}{21} + \frac{1}{14}$;

$$д) x - \frac{14}{15} = 3 - \frac{29}{15};$$

$$е) \frac{5}{12} + \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{12}\right) = \frac{11}{24} + x.$$

9 Намерете неизвестното число.

$$а) \frac{9}{10} + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) = p - \frac{2}{3};$$

$$б) \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{6}\right) - \left(\frac{1}{2} - q\right) = \frac{10}{9};$$

$$в) \frac{4}{5} - (1 - r) = \frac{1}{10};$$

$$г) \frac{1}{3} + \left(\left(s - \frac{7}{15}\right) - \frac{1}{5}\right) = \frac{5}{6}.$$

10 Сравнете числата A и B , ако:

$$а) A = \frac{3}{4} - \frac{2}{3} \text{ и } B = \frac{2}{3} - \frac{3}{5};$$

$$б) A = \frac{24}{13} - \left(\frac{3}{13} - \frac{1}{26}\right) \text{ и } B = \frac{33}{16} - \left(1 - \frac{5}{8}\right).$$

МОГА ПОВЕЧЕ

11 Пресметнете сбора.

$$а) \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{101.102};$$

$$б) \frac{1}{110} + \frac{1}{132} + \frac{1}{156} + \frac{1}{182} + \frac{1}{210}.$$

12 Намерете $a - b$, ако $a - \frac{7}{75} = a + b - \frac{157}{75} = \frac{81}{25} - 1$.

13 Намерете сбора на най-малката дроб със знаменател 50 и дроб със знаменател 125 и с числител най-малкото двуцифрено нечетно число, което се дели на 7.

14 Един килим е изработен за няколко дни. Първия ден изработили $\frac{4}{21}$ от килима, втория ден – два пъти повече отколкото първия ден, а третия ден – $\frac{3}{7}$ от килима. В кой от трите дни е извършена най-много работа? За колко дни е изработен килимът?

15 Една фирма разпределя продукцията си от плодове на четири части по следния начин: $\frac{1}{3}$ за магазините, с $\frac{1}{6}$ по-малко за ресторантите, третата част е $\frac{5}{18}$ и се изнася в съседна държава, а четвъртата част се влага в производство на сокове. Каква част от плодовете се преработват в сокове?

14 СМЕСЕНИ ЧИСЛА. СЪБИРАНЕ И ИЗВАЖДАНЕ НА СМЕСЕНИ ЧИСЛА

1 Намерете стойността на израза $5\frac{32}{33} + 3\frac{1}{33} - \left(14\frac{2}{3} - 10\frac{2}{9}\right)$.

Решение $5\frac{32}{33} + 3\frac{1}{33} - \left(14\frac{2}{3} - 10\frac{2}{9}\right) = 9 - \left(14\frac{2}{3} - 10\frac{2}{9}\right) = 9 - 4\frac{4}{9} = 4\frac{5}{9}$.

2 Намерете неизвестното събираемо x , ако известното събираемо е $a = 4\frac{6}{7}$, а сборът е $b = 6\frac{3}{14}$.

Решение В задачата се търси неизвестното число x от равенството $4\frac{6}{7} + x = 6\frac{3}{14}$. Така получаваме $x = 6\frac{3}{14} - 4\frac{6}{7} = 1\frac{5}{14}$.

3 Сравнете числата A и B , ако $A = 17\frac{9}{25} - \left(12\frac{1}{5} - 6\frac{7}{10}\right)$

и $B = 10\frac{1}{6} - 2\frac{1}{3} + \left(7\frac{7}{12} - 3\frac{1}{2}\right)$.

Решение $A = 17\frac{9}{25} - 5\frac{5}{10} = 11\frac{43}{50}$,

$$B = 10\frac{1}{6} - 2\frac{1}{3} + 4\frac{1}{12} = 7\frac{5}{6} + 4\frac{1}{12} = 11\frac{11}{12}$$

И тъй като $\frac{43}{50} < \frac{11}{12}$, то $A < B$.

4 Ако $\frac{1}{4} + \left(2\frac{4}{9} + \frac{a}{b}\right) + \left(\frac{c}{d} + 1\frac{2}{9}\right) = 6\frac{3}{4}$, то каква е стойността на $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$?

Решение Даденото равенство може да се запише така:

$$\left(\frac{1}{4} + 2\frac{4}{9} + 1\frac{2}{9}\right) + \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) = 6\frac{3}{4}, \text{ откъдето } \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = 6\frac{3}{4} - \left(\frac{1}{4} + 2\frac{4}{9} + 1\frac{2}{9}\right)$$

и накрая $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = 6\frac{3}{4} - 3\frac{11}{12} = 2\frac{5}{6}$.

ОПИТАЙ САМ

5 Вярно ли е, че:

- а) сборът на две цели числа е цяло число;
- б) разликата на цяло число и смесено число е смесено число или обикновена дроб;
- в) разликата на смесено число и цяло число е смесено число;
- г) сборът на цяло число и смесено число е цяло число?

6 Дадени са числата a и b . Намерете кое число трябва да прибавим към a , за да получим b , ако:

а) $a = 6\frac{8}{49}$ и $b = 10\frac{2}{21}$; б) $a = 3\frac{5}{12}$ и $b = 9\frac{5}{18}$.

7 Пресметнете стойността на израза.

а) $196 - 3\frac{12}{305}$; б) $12 - \left(4\frac{1}{2} - 3\right)$; в) $15 - \left(8 - 2\frac{5}{7}\right)$;

г) $\left(4\frac{10}{21} - 1\frac{5}{14}\right) + \left(25\frac{8}{35} + 4\frac{1}{5}\right)$; д) $3\frac{3}{14} - \left(12\frac{1}{7} - 10\frac{1}{2}\right)$.

8 Намерете неизвестното число x .

а) $3\frac{2}{3} + x = 12$; б) $4\frac{1}{2} - x = 2\frac{4}{5}$; в) $4\frac{9}{10} - 2\frac{1}{2} = x - 1$;

г) $6\frac{5}{14} - (2 - x) = 5\frac{2}{3}$; д) $\left(5\frac{7}{12} + 3\frac{17}{24}\right) - 6\frac{17}{36} = x - 2\frac{13}{72}$.

9 Сравнете числата A и B , ако $A = 18\frac{5}{6} - 3\frac{3}{4} - \left(8\frac{1}{2} - 7\frac{7}{12}\right)$

и $B = \left(9\frac{17}{20} + 5\frac{5}{12}\right) - \left(3\frac{3}{4} - 2\frac{14}{15}\right)$.

10 Кое число трябва да се извади от сбора на $12\frac{3}{25}$ и $1\frac{2}{75}$, за да се получи $5\frac{1}{3}$?

11 В израза $(a + d) - x = b + c$ намерете неизвестното число x , ако:

а) $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{1}{3}$, $c = \frac{1}{12}$ и $d = \frac{1}{18}$; б) $a = 6\frac{1}{5}$, $b = 1\frac{1}{15}$, $c = 2\frac{9}{10}$

и $d = 1\frac{1}{15}$.

12 Ако $\frac{1}{2} - x = \frac{1}{12}$, то каква е стойността на $3\frac{5}{6} + x$?

МОГА ПОВЕЧЕ

13 Ако $\left(7\frac{4}{15} - a\right) - 2\frac{1}{2} = 3\frac{1}{5}$ и $10\frac{5}{12} - \left(4\frac{5}{6} + 4\frac{2}{3}\right) = 2 - b$, то намерете:

а) $a + b$; б) $a - b$; в) $3 - (a + b)$; г) $(a + b) - (a - b)$.

14 Марина намислила едно число. Към него прибавила $2\frac{19}{24}$ и получила $4\frac{4}{15}$. Кое е намисленото от Марина число?

15 Едната страна на триъгълник е $12\frac{2}{11}$ cm, а втората е $13\frac{13}{22}$ cm. Колко сантиметра е третата страна, ако обиколката на триъгълника е $29\frac{1}{6}$ cm?

16 За да изкачи една планина, турист изминал $18\frac{5}{18}$ km. С парапланер изминал още $74\frac{1}{3}$ km и се върнал в дома си с кола за 20 min. Колко общо километра е изминал туристът, ако колата се е движילה с 69 km/h?

15 УМНОЖЕНИЕ НА ОБИКНОВЕНИ ДРОБИ

1 Пресметнете.

а) $1\frac{2}{3} \cdot 1\frac{1}{4}$;

б) $1\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3}$;

в) $\frac{7}{12} + 1\frac{1}{2}$;

г) $3 - \frac{11}{12}$.

Решение а) $1\frac{2}{3} \cdot 1\frac{1}{4} = \frac{5}{3} \cdot \frac{5}{4} = \frac{25}{12} = 2\frac{1}{12}$;

б) $1\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{7}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{7}{12}$;

в) $\frac{7}{12} + 1\frac{1}{2} = \frac{7}{12} + 1\frac{6}{12} = 2\frac{1}{12}$;

г) $2\frac{12}{12} - \frac{11}{12} = 2\frac{1}{12}$.

2 Пресметнете стойността на израза $3\frac{3}{22} \cdot 1\frac{5}{23} - 3\frac{3}{22} \cdot \frac{17}{23}$.

Решение $3\frac{3}{22} \cdot 1\frac{5}{23} - 3\frac{3}{22} \cdot \frac{17}{23} = 3\frac{3}{22} \cdot \left(1\frac{5}{23} - \frac{17}{23}\right) = \frac{69}{22} \cdot \frac{11}{23} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$.

3 Намерете неизвестното число x , ако $4\frac{3}{8} \cdot x - 2\frac{3}{8} \cdot x + 5\frac{1}{2} = 15\frac{1}{2} - 7\frac{1}{3} \cdot \frac{9}{11}$.

Решение $\left(4\frac{3}{8} - 2\frac{3}{8}\right) \cdot x + 5\frac{1}{2} = 15\frac{1}{2} - \frac{22}{3} \cdot \frac{9}{11}$, $2x + 5\frac{1}{2} = 15\frac{1}{2} - 6$,

$$2x + 5\frac{1}{2} = 9\frac{1}{2}, \quad 2x = 9\frac{1}{2} - 5\frac{1}{2}, \quad 2x = 4, \quad x = 2.$$

4 Ако $A = \frac{1}{10} \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{10}\right)$ и $B = \frac{1}{11} \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{11}\right)$,

докажете, че $A > B$.

Решение В скобите и на двата израза участва сборът

$$M = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{10}.$$

Тогава $A = \frac{1}{10} \cdot M = \frac{1 \cdot 11}{10 \cdot 11} \cdot M = \frac{1 + 10}{110} \cdot M = \left(\frac{1}{110} + \frac{1}{11}\right) \cdot M$

$$= \frac{1}{110} \cdot M + \frac{1}{11} \cdot M = \frac{1}{10} \cdot M.$$

$$B = \frac{1}{11} \cdot \left(M + \frac{1}{11} \right) = \frac{1}{11} \cdot M + \frac{1}{121}.$$

Остава да сравним $\frac{1}{10} \cdot M - \frac{1}{11} \cdot M = \frac{1}{110} \cdot M$ и $\frac{1}{121}$.

$$\frac{1}{110} \cdot M = \frac{1}{110} \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{10} \right) > \frac{1}{110} \cdot 1 > \frac{1}{121}. \text{ Следователно } A > B.$$

5 Ако $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{90}$ и $B = \frac{2}{3} + \frac{2}{15} + \frac{2}{35} + \dots + \frac{2}{143}$,

докажете, че $A \cdot B = 1 - \frac{1}{10} \cdot \frac{2}{13}$.

Решение | От $A = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{9 \cdot 10} = \frac{9}{10}$ и

$$B = \frac{2}{1 \cdot 3} + \frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{2}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{2}{11 \cdot 13} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{13} = 1 - \frac{1}{13} = \frac{12}{13}, \text{ получаваме}$$

за произведението $A \cdot B = \frac{9}{10} \cdot \frac{12}{13} = \frac{54}{65}$ и

$$1 - \frac{1}{10} \cdot \frac{2}{13} = 1 - \frac{11}{10} \cdot \frac{2}{13} = 1 - \frac{11}{65} = \frac{54}{65}.$$

6 Пресметнете стойността на израза

$$A = \left(1 - \frac{1}{36} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{49} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{64} \right) \dots \left(1 - \frac{1}{169} \right).$$

Решение | $A = \frac{35}{36} \cdot \frac{48}{49} \cdot \frac{63}{64} \dots \frac{168}{169} = \frac{5 \cdot \cancel{7}}{6 \cdot \cancel{6}} \cdot \frac{\cancel{6} \cdot \cancel{8}}{\cancel{7} \cdot \cancel{7}} \cdot \frac{\cancel{7} \cdot \cancel{9}}{\cancel{8} \cdot \cancel{8}} \dots \frac{\cancel{12} \cdot 14}{\cancel{13} \cdot 13} = \frac{35}{39}$.

7 Кое е числото, което трябва да се прибави към сбора на числата $3\frac{3}{7}$ и $2\frac{5}{8}$, за да се получи тяхното произведение?

Решение | Нека означим търсеното число с x , тогава

$$\left(3\frac{3}{7} + 2\frac{5}{8}\right) + x = 3\frac{3}{7} \cdot 2\frac{5}{8};$$

$$\left(3\frac{24}{56} + 2\frac{35}{56}\right) + x = \frac{24}{7} \cdot \frac{21}{8}; \quad 6\frac{3}{56} + x = 9; \quad x = 9 - 6\frac{3}{56}; \quad x = 2\frac{53}{56}.$$

ОПИТАЙ САМ

8 Пресметнете стойността на израза.

а) $3\frac{3}{5} \cdot 1\frac{5}{36} + 3\frac{3}{5} \cdot 2\frac{5}{9}$; б) $5\frac{3}{14} \cdot 7\frac{9}{31} + 2\frac{22}{31} \cdot 5\frac{3}{14}$; в) $2\frac{4}{15} \cdot 8\frac{3}{17} - 4\frac{12}{17} \cdot 2\frac{4}{15}$.

9 Намерете неизвестното число.

а) $3\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2} - x = 4\frac{3}{5} - 2\frac{3}{5} \cdot 1\frac{1}{2}$; б) $5 - 2\frac{2}{5} \cdot 1\frac{4}{7} = 3\frac{4}{35} - \left(y + \frac{31}{35}\right)$;

в) $5\frac{1}{2} - \left(2\frac{1}{4} + z\right) = 8\frac{7}{12} - \left(4\frac{1}{3} + 4\right)$; г) $\frac{11}{45} \cdot t + \frac{1}{2} + 1\frac{8}{9} \cdot \frac{2}{5} \cdot t = 1\frac{8}{9} \cdot \frac{2}{5} \cdot 11\frac{1}{4}$.

10 Пресметнете и сравнете стойностите на изразите A и B , ако

$$A = 2\frac{7}{10} - 2\frac{1}{10} \cdot \left(3\frac{2}{5} + 1\frac{1}{2} - 2\frac{1}{12} \cdot 1\frac{1}{5}\right) \cdot \left(7\frac{1}{12} - 6\frac{13}{14}\right)$$

$$\text{и } B = \left(6\frac{1}{9} \cdot 4\frac{1}{2} - 25\frac{3}{4}\right) \cdot \left(1\frac{1}{21} + 3\frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - 3\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{5}\right).$$

МОГА ПОВЕЧЕ

11 Пресметнете стойността на израза $\left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{9}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{16}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{121}\right)$.

12 Кое число трябва да се извади от произведението на числата $9\frac{3}{8}$ и $2\frac{2}{5}$,

за да се получи произведението на техния сбор и числото $a = \frac{88}{157} \cdot 3\frac{1}{3}$?

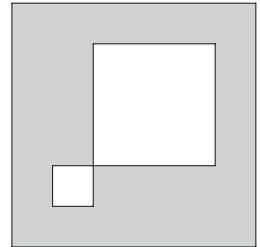
13 В един магазин за месец януари продали $212\frac{3}{4}$ kg сирене, през февруари – с $53\frac{1}{2}$ kg по-малко, а през март – $172\frac{1}{4}$ kg. Ако цената на един кило-

грам сирене е $8\frac{4}{5}$ лв., намерете колко лева са платени за сирене в магазина през тези три месеца.

14 От град A за град B тръгнала лека кола със скорост $85\frac{1}{2}$ km/h. Едновременно с леката кола от град A за град B тръгнал камион със скорост $61\frac{1}{2}$ km/h. На колко километра от град B се е намирал камионът при пристигането на леката кола в B , ако за целта ѝ били необходими $5\frac{3}{4}$ h?

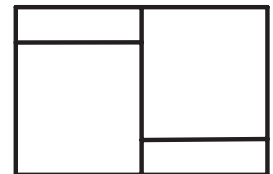
15 На фигурата са изобразени три квадрата със страни $10\frac{1}{2}$ cm, $6\frac{3}{4}$ cm и $2\frac{1}{4}$ cm.

Намерете лицето на оцветената част.



16 На фигурата два правоъгълника с размери $14\frac{1}{2}$ cm и $3\frac{3}{4}$ cm и два квадрата със страна $14\frac{1}{2}$ cm образуват правоъгълник. Намерете обиколката

на получения правоъгълник. С колко квадратни сантиметра лицето на този правоъгълник е по-голямо от лицето на единия от квадратите?



16 РЕЦИПРОЧНА ДРОБ. ДЕЛЕНИЕ НА ОБИКНОВЕНИ ДРОБИ

1 Вярно ли е равенството?

а) $\frac{5}{9} : \frac{5}{9} = \frac{25}{81}$; б) $2 : \frac{8}{3} = \frac{16}{3}$; в) $\frac{3}{5} : 3 = 5$; г) $\frac{0}{9} : 7 = 0$.

Решение | а) Тъй като $\frac{5}{9} : \frac{5}{9} = \frac{5}{9} \cdot \frac{9}{5} = 1$, то даденото равенство не е вярно.

б) Тъй като $2 : \frac{8}{3} = \frac{2}{1} \cdot \frac{3}{8} = \frac{3}{4}$, то даденото равенство не е вярно.

в) Тъй като $\frac{3}{5} : 3 = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{5}$, то даденото равенство не е вярно.

г) Тъй като $\frac{0}{9} : 7 = \frac{0}{9} : \frac{7}{1} = \frac{0}{9} \cdot \frac{1}{7} = \frac{0}{63} = 0$, то даденото равенство е вярно.

2 Да се намери неизвестният множител x , ако $2\frac{1}{3} + \frac{2}{7} = \left(4\frac{3}{7} - 3\frac{2}{3}\right) \cdot x$.

Решение | $\frac{7}{3} + \frac{2}{7} = \left(3\frac{10}{7} - 3\frac{2}{3}\right) \cdot x$; $\frac{55}{21} = \frac{16}{21} \cdot x$; $x = \frac{55}{21} \cdot \frac{21}{16}$; $x = 3\frac{7}{16}$.

3 Как ще се измени произведението на два множителя, ако единият се увеличи $3\frac{1}{3}$ пъти, а другият се намали $\frac{5}{6}$ пъти?

Решение | Нека произведението е $a \cdot b$. Новото произведение е $\left(a \cdot 3\frac{1}{3}\right) \cdot \left(b : \frac{5}{6}\right) = \left(a \cdot \frac{10}{3}\right) \cdot \left(b \cdot \frac{6}{5}\right) = (a \cdot b) \cdot \left(\frac{10}{3} \cdot \frac{6}{5}\right) = (a \cdot b) \cdot 4$.

Следователно новото произведение ще се увеличи 4 пъти.

4 Намерете стойността на израза

$$P = \frac{(1 + 53) \cdot \left(1 + \frac{53}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{53}{3}\right) \cdots \left(1 + \frac{53}{55}\right)}{(1 + 55) \cdot \left(1 + \frac{55}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{55}{3}\right) \cdots \left(1 + \frac{55}{53}\right)}$$

Решение |

$$P = \frac{54}{1} \cdot \frac{55}{\cancel{2}} \cdot \frac{56}{\cancel{2}} \cdot \frac{57}{\cancel{3}} \cdots \frac{106}{\cancel{53}} \cdot \frac{107}{54} \cdot \frac{108}{55} \cdot \frac{1}{56} \cdot \frac{\cancel{57}}{\cancel{57}} \cdots \frac{\cancel{52}}{107} \cdot \frac{\cancel{53}}{108} = 1.$$

5 Пресметнете разликата с умаляемо стойността на израза

$$A = \frac{33\frac{1}{3} : 10 - 2\frac{2}{3} : 7}{\frac{13}{16} \cdot 1\frac{3}{13}} + \frac{2\frac{3}{8} : 19 + 3\frac{6}{7} : 1\frac{2}{7}}{2\frac{13}{16} + 1\frac{7}{8}} \text{ и умалител - реципрочната}$$

$$\text{стойност на израза } B = \frac{3\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right)}{\left(5\frac{3}{20} - 4\frac{1}{4}\right) : \frac{9}{10}}$$

Решение $A = \frac{\frac{100}{3} \cdot \frac{1}{10} - \frac{8}{3} \cdot \frac{1}{7}}{\frac{13}{16} \cdot \frac{16}{13}} + \frac{\frac{19}{8} \cdot \frac{1}{19} + \frac{27}{7} \cdot \frac{7}{9}}{2\frac{13}{16} + 1\frac{14}{16}} = \frac{\frac{70}{21} - \frac{8}{21}}{1} + \frac{\frac{1}{8} + 3}{4\frac{11}{16}}$

$$= \frac{62}{21} + \frac{25}{8} \cdot \frac{16}{75} = 3\frac{13}{21}$$

$$B = \frac{\frac{15}{4} \cdot \left(\frac{5}{15} - \frac{3}{15}\right)}{\left(4\frac{23}{20} - 4\frac{5}{20}\right) \cdot \frac{10}{9}} = \frac{1}{2} : 1 = \frac{1}{2} \quad A - \frac{1}{B} = 3\frac{13}{21} - 2 = 1\frac{13}{21}$$

ОПИТАЙ САМ

6 Пресметнете.

а) $2\frac{5}{8} : \frac{3}{4} + \left(2\frac{38}{63} - 2\frac{8}{21}\right) : 2 + 1\frac{9}{16} : \frac{5}{8}$; б) $\left(1 - \frac{3}{14} \cdot 1\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{8}\right) : \left(1\frac{5}{7} \cdot 2\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{6} - 1\right)$.

7 Проверете верността на равенството.

а) $\frac{3\frac{1}{2} \cdot 3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{4} \cdot 2\frac{1}{4}}{3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{4}} = 3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{4}$;

б) $\frac{4\frac{1}{2} \cdot 4\frac{1}{2} - 2\frac{4}{2} \cdot 3\frac{5}{6} + 3\frac{5}{6} \cdot 3\frac{5}{6}}{4\frac{1}{2} - 3\frac{5}{6}} = 4\frac{1}{2} - 3\frac{5}{6}$;

$$в) \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} + 2\frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{2}}{\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} - \frac{2}{3} \cdot 2\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{2}} = \frac{2}{3} + 2\frac{1}{2}; \quad г) \frac{1\frac{2}{3} \cdot 1\frac{2}{3} \cdot 1\frac{2}{3} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}{1\frac{2}{3} \cdot 1\frac{2}{3} + 1\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} = 1\frac{2}{3} - \frac{1}{2}.$$

8 Намерете неизвестния множител, ако:

$$а) \left(2\frac{2}{5} - 1\frac{1}{2}\right) \cdot x = 4 \cdot \frac{1}{5} + 3\frac{1}{2}; \quad б) 5 \cdot \frac{3}{4} + 45\frac{3}{4} = 6 \cdot \left(2\frac{2}{3} - 1\frac{3}{4}\right) \cdot x.$$

МОГА ПОВЕЧЕ

9 Намерете неизвестното число.

$$а) 1\frac{3}{8} \cdot x - \left(3\frac{2}{5} - 1\frac{3}{20}\right) = 1\frac{14}{15} : 3\frac{13}{15}; \quad б) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) : x = 5\frac{1}{3} : 2.$$

10 Намерете стойността на израза

$$а) \left(\frac{5}{111} + \frac{5}{222}\right) \cdot 14\frac{4}{5} + 5\frac{1}{5} : \left(1\frac{3}{5} + \frac{17}{18} \cdot 1\frac{1}{17}\right);$$

$$б) \frac{(1+21) \cdot \left(1 + \frac{21}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{21}{3}\right) \dots \left(1 + \frac{21}{23}\right)}{(1+23) \cdot \left(1 + \frac{23}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{23}{3}\right) \dots \left(1 + \frac{23}{21}\right)};$$

$$в) \frac{45 + \frac{45}{61} + \frac{45}{82} + \frac{45}{123}}{53 + \frac{53}{61} + \frac{53}{82} + \frac{53}{123}} \cdot \frac{106 - \frac{106}{27} + \frac{106}{107} - \frac{106}{133}}{135 - \frac{135}{27} + \frac{135}{107} - \frac{135}{133}}.$$

11 Дадено е числото $a = \frac{\left(16\frac{1}{6} + 48\frac{3}{4} - 2\right) \cdot 1\frac{1}{5}}{\left(279\frac{5}{7} - 276\frac{5}{6}\right) : 2\frac{37}{42}} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{8\frac{1}{2} - 7} - \frac{1}{9\frac{1}{2} - 7}\right) \cdot 3\frac{3}{4}.$

Намерете сбора $a + x$, ако x е неизвестното число в равенството

$$1\frac{4}{5} : x + 6\frac{1}{5} = 9\frac{2}{5} - 2.$$

17 ЧАСТ ОТ ЧИСЛО. НАМИРАНЕ НА ЧИСЛО ПО ДАДЕНА ЧАСТ ОТ НЕГО

1 Съществува ли естествено число със следното свойство – ако съберем $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$ и $\frac{1}{6}$ част от него, да се получи число, равно на $\frac{29}{30}$?

Решение | Нека означим търсеното число с x . Тогава

$$\frac{1}{2} \cdot x + \frac{1}{3} \cdot x + \frac{1}{4} \cdot x + \frac{1}{5} \cdot x + \frac{1}{6} \cdot x = \frac{29}{30}, \quad \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} \right) \cdot x = \frac{29}{30},$$

$$\frac{87}{60} \cdot x = \frac{29}{30}, \quad x = \frac{29}{30} \cdot \frac{60}{87}, \quad x = \frac{2}{3}.$$
 Намерихме x , което удовлетворява част

от условието, но не е естествено. Следователно не съществува число с исканото свойство.

2 Пресметнете.

а) $\frac{15}{2}$ от $1\frac{2}{7}$; б) $\frac{15}{2}$ от $1\frac{4}{5}$; в) $7\frac{1}{2}$ от $\frac{3}{10}$; г) $7\frac{3}{6}$ от $\frac{4}{9}$.

Решение | а) $\frac{15}{2} \cdot 1\frac{2}{7} = \frac{15}{2} \cdot \frac{9}{7} = \frac{135}{14} = 9\frac{9}{14}$; б) $\frac{15}{2} \cdot 1\frac{4}{5} = \frac{15}{2} \cdot \frac{9}{5} = \frac{27}{2} = 13\frac{1}{2}$;

в) $7\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{10} = \frac{15}{2} \cdot \frac{3}{10} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$; г) $7\frac{3}{6} \cdot \frac{4}{9} = \frac{45}{6} \cdot \frac{4}{9} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$.

3 Сборът на четири числа е 482. Намерете числата, ако първото е $\frac{4}{5}$ от второто, второто е $\frac{3}{4}$ от третото, а третото е $\frac{3}{5}$ от четвъртото.

Решение | Нека четвъртото число е x , тогава третото е $\frac{3}{5} \cdot x$, второто – $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5} \cdot x = \frac{9}{20} \cdot x$, и първото – $\frac{4}{5} \cdot \frac{9}{20} \cdot x = \frac{9}{25} \cdot x$. Така получаваме

$$\frac{9}{25} \cdot x + \frac{9}{20} \cdot x + \frac{3}{5} \cdot x + 1 \cdot x = 482; \quad \left(\frac{9}{25} + \frac{9}{20} + \frac{3}{5} + 1 \right) \cdot x = 482 \quad \text{и тогава}$$

$$\frac{241}{100} \cdot x = 482 \quad \text{и} \quad x = 200. \quad \text{Числата са } 72, 90, 120 \text{ и } 200.$$

4 Автомобил изминал първия ден $\frac{2}{5}$ от целия път, втория ден – $\frac{15}{17}$ от пътя, изминал през първия ден, а третия ден – останалите 168 km. Колко литра бензин е изразходил автомобилът за тези три дни, ако на всеки 17 km изразходва по $\frac{6}{7}$ L?

Решение | Знаем, че първия ден е изминал $\frac{2}{5}$ от пътя, втория – $\frac{15}{17} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{17}$ от целия път. Тогава останалата част е $1 - \left(\frac{2}{5} + \frac{6}{17}\right) = \frac{21}{85}$. Ако целия път означим с x , то $\frac{21}{85} \cdot x = 168$; $x = 680$ km. Изразходеният бензин е $(680 : 17) \cdot \frac{6}{7} = 34 \frac{2}{7}$ L.

5 Асен и Елена трябвало да си купят блокче и боички. Елена имала два пъти повече пари от Асен. Ако Елена си купи блокче и боички, ще ѝ останат 2 лв. Ако Асен реши да си купи – няма да му стигнат $6 \frac{1}{2}$ лв. Той купил само блокче и му останали $\frac{5}{17}$ от парите, които имал. Колко лева е имала Елена? Колко струват блокчето и боичките?

Решение | От условието, че на Елена ѝ остават 2 лв., а на Асен няма да му стигнат $6 \frac{1}{2}$ лв. за една и съща покупка, следва, че Елена има с $2 + 6 \frac{1}{2} = 8 \frac{1}{2}$ лв. повече от Асен. Нейните пари са два пъти повече от парите на Асен, следователно Асен има $8 \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 4 \frac{1}{4}$ лв., а Елена има 17 лв. Блокчето и боичките общо струват $17 - 2 = 15$ лв. Асен купил само блокче за $1 - \frac{5}{17} = \frac{12}{17}$ от своите пари, т.е. цената на блокчето е $\frac{12}{17} \cdot 4 \frac{1}{4} = 6$ лв., а боичките струват $15 - 6 = 9$ лв.

ОПИТАЙ САМ

6 Ани се върнала от екскурзия с три подаръка за малкото си братче – топка, домино и бонбони, за които платила 10 лв. Ако знаете, че Ани е платила пет пъти повече пари за топката, отколкото за доминото, а цената на бонбоните е $\frac{2}{3}$ от цената на доминото, колко лева е платила Ани за всеки подарък?

7 Колко е часът сега, ако:

- а) останалата част от денонощието е $\frac{1}{3}$ от изминалата;
б) изминалата част е $\frac{3}{5}$ от оставащата?

8 В началото на лятото търговец на шапки увеличил цените с $\frac{1}{3}$. Продажбите му намалели, поради което той намалил цените на продаваните от него шапки с $\frac{1}{3}$. Каква част от първоначалната цена е последната?

МОГА ПОВЕЧЕ

9 Един чувал с картофи тежи колкото $\frac{3}{10}$ от теглото на втори чувал с картофи. А ако извадим 15 kg картофи от втория чувал, ще получим $\frac{4}{3}$ от теглото на първия. Колко килограма картофи има във всеки от чувалите?

10 В един клас $\frac{7}{9}$ от учениците учат английски език, $\frac{2}{3}$ – испански език. Колко ученици има в класа, ако 12 от учениците учат и двата езика?

11 Сборът от годините на три сестри е 45. На колко години е всяка от тях, ако $\frac{3}{4}$ от годините на най-малката са равни на $\frac{3}{5}$ от годините на средната и на половината от годините на най-голямата?

12 Иван, Марин и Христо участвали в отборно състезание и получили колективна парична награда. Решили да я разделят според участието си в състезанието. Иван казал: „Марин да вземе $\frac{1}{3}$ от цялата сума и още $\frac{1}{5}$ от останалата част“. Марин казал: „Христо да вземе $\frac{1}{2}$ от цялата сума без $\frac{1}{7}$ от останалата част“. И тримата се съгласили с предложенията. Колко лева е била наградата, ако Иван е получил 88 лв.?

В задачи от 1 до 6 точно един от дадените четири отговора е верен.
На задачи 7 и 8 запишете само отговора.
Решенията на задачи 9 и 10 опишете подробно.

1 В кой от случаите дробите са наредени по големина, като се започне от най-малката?

а) $\frac{15}{30}, \frac{2}{7}, \frac{10}{21}, \frac{23}{49}$; б) $\frac{2}{7}, \frac{10}{21}, \frac{15}{30}, \frac{23}{49}$; в) $\frac{2}{7}, \frac{10}{21}, \frac{15}{20}, \frac{23}{49}$; г) $\frac{2}{7}, \frac{23}{49}, \frac{10}{21}, \frac{15}{30}$.

2 Колко стотинки са $\frac{4}{5}$ от един лев?

а) 30 ст.; б) 70 ст.; в) 80 ст.; г) 90 ст.

3 Седем осми от кое число е 686?

а) 784; б) 102; в) 98; г) 982.

4 Стойността на израза $4\frac{1}{21} - \left(5\frac{7}{11} - 4\frac{20}{21}\right) - 1\frac{1}{11}$ е равна на:

а) $2\frac{3}{11}$; б) $3\frac{3}{11}$; в) $2\frac{16}{231}$; г) $3\frac{16}{231}$.

5 Кое от дадените равенства е вярно?

а) $\frac{5}{7}$ от 7 е равно на $1\frac{2}{5}$; б) $\frac{5}{7}$ от $4\frac{1}{5}$ е равно на 30;

в) $\frac{17}{12}$ от 1 е равно на $1\frac{1}{4}$; г) $\frac{5}{48}$ от 12 е равно на $1\frac{1}{4}$.

6 Ако $12 - \left(x - \frac{1}{2}\right) = 1\frac{1}{2}$, то x е равно на:

а) 10; б) 11; в) 14; г) 16.

7 Намерете числото x , ако $x + \left(1\frac{2}{3} - \frac{3}{4}\right) = 1$.

8 Намерете числото x , ако $145\frac{1}{2} : x = 1\frac{3}{4} + 4\frac{1}{2} : \frac{1}{5}$.

9 Намерете неизвестното число x от равенството

$$\frac{\frac{5}{12} \cdot \left(2\frac{2}{5} \cdot x - 2\frac{2}{5} \right) \cdot 2\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}} - 5 \cdot 3\frac{1}{5} = 6.$$

10 В един клас $\frac{3}{4}$ от учениците учат английски език, а $\frac{1}{2}$ – испански език.

Колко ученици учат само испански език, ако 6 от учениците учат и двата езика?

В задачи от 1 до 6 точно един от дадените четири отговора е верен.
На задачи 7 и 8 запишете само отговора.
Решенията на задачи 9 и 10 опишете подробно.

1 В кой от случаите дробите са наредени по големина, като се започне от най-малката?

а) $\frac{31}{30}, \frac{15}{16}, \frac{16}{15}, \frac{7}{14}$; б) $\frac{7}{14}, \frac{15}{16}, \frac{16}{15}, \frac{31}{30}$;

в) $\frac{7}{14}, \frac{31}{30}, \frac{15}{16}, \frac{16}{15}$; г) $\frac{7}{14}, \frac{15}{16}, \frac{31}{30}, \frac{16}{15}$.

2 Колко грама са $\frac{4}{5}$ от един килограм?

а) 300 g; б) 700 g; в) 800 g; г) 900 g.

3 Четири девети от 792 е равно на:

а) 1782; б) 352; в) 88; г) 22.

4 Стойността на израза $7\frac{1}{19} - \left(6\frac{2}{13} - 2\frac{2}{19}\right) + 2\frac{2}{13}$ е равна на:

а) $13\frac{3}{19}$; б) $5\frac{3}{19}$; в) $\frac{18}{19}$; г) $5\frac{115}{274}$.

5 Кое от дадените равенства е вярно?

а) 30% от 70 е равно на 21; б) 30% от 210 е равно на 70;

в) 24% от 1 е равно на $\frac{3}{25}$; г) 24% от 12 е равно на 50.

6 Ако $10\frac{1}{3} - \left(x - \frac{1}{3}\right) = 2\frac{2}{3}$, то x е равно на:

а) 7; б) 8; в) 10; г) 14.

7 Намерете числото x , ако $x - \left(1\frac{1}{3} - \frac{3}{5}\right) = 1$.

8 Намерете числото x , ако $13\frac{1}{5} : x = 21\frac{1}{10} + 3 : 3\frac{1}{3}$.

9 Намерете неизвестното число x от равенството

$$\frac{\frac{2}{5} \cdot \left(2\frac{1}{2} \cdot x - 1\right) \cdot 2\frac{1}{12} + 2\frac{1}{12}}{\frac{1}{4}} - 15 \cdot 3\frac{1}{3} = 5.$$

10 В един клас $\frac{3}{4}$ от учениците учат английски език, а $\frac{1}{2}$ – испански език.

Колко ученици учат само испански език, ако 8 от учениците учат и двата езика?

20 ДЕСЕТИЧНИ ДРОБИ. СРАВНЯВАНЕ НА ДЕСЕТИЧНИ ДРОБИ

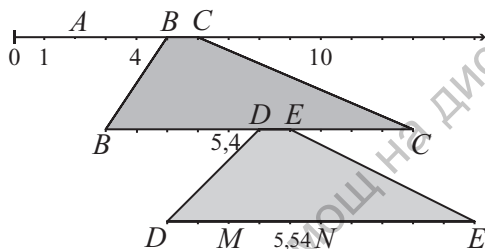
1 Сравнете: $4,735$ и $4,739$.

Решение | $4,73 = 4,73$, но $5 < 9$, тогава $4,735 < 4,739$.

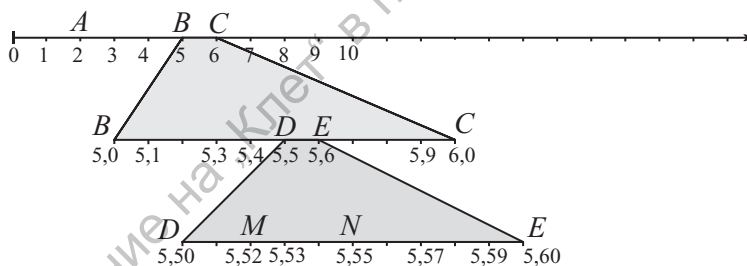
2 Запишете поне една десетична дроб a , за която е изпълнено:
 $9,46 < a < 9,47$.

Решение | $9,46 = 9,460$ и $9,47 = 9,470$. Всяка дроб между $9,460$ и $9,470$ удовлетворява неравенството.

3 Като използвате чертежа, определете кои десетични дроби съответстват на точките A, B, C, D, E, M и N . Изобразете дробите: $5,9$; $5,57$; 7 ; $5,59$; 3 ; $5,1$; $5,3$; $5,53$.



Решение |



ОПИТАЙ САМ

4 Сравнете дробите.

а) $5,007$ и $5,071$; б) $24,608$ и $24,68$; в) $16,99$ и $16,199$;

г) $0,111$ и $0,19$; д) $\frac{13}{20}$ и $0,66$; е) $\frac{5}{4}$ и $1,3$; ж) $\frac{11}{8}$ и $1,35$;

5 Подредете по големина десетичните дроби $12,5$; $1,25$; $12,05$; $11,99$; $1,199$; $11,09$; $1,205$; $1\frac{25}{1000}$ и $\frac{1099}{100}$, като започнете от най-малката.

6 Подредете по големина десетичните дроби 0,46; 0,406; 0,64; 0,604; 0,047; 0,065; $\frac{46}{1000}$ и $\frac{65}{100}$, като започнете от най-голямата.

7 Запишете поне една десетична дроб a , за която е изпълнено:
 а) $2,47 < a < 2,472$; б) $0,506 < a < 0,507$; в) $4 < a < 4,01$;
 г) $5,99 < a < 6$; д) $10,01 < a < 10,011$; е) $9,091 > a > 9,09$.

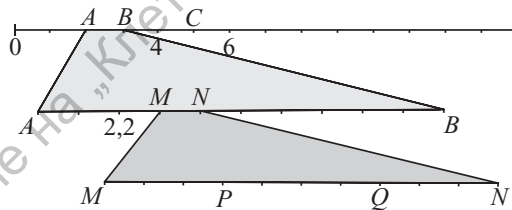
8 С еднократно използване на всяка от цифрите 6, 7, 8 и десетичната запетая запишете числото, което е:
 а) най-близко до 6;
 б) най-близко до 7;
 в) най-близко до 7 и по-голямо от 7.

МОГА ПОВЕЧЕ

9 На мястото на * поставете подходяща цифра така, че да е вярно неравенството.

а) $14,56*4 > 14,5693$; б) $22,219 > 22,2*0$; в) $22,*09 < 22,109$;
 г) $9,99* > 9,9*1$; д) $9,99* < 9,9*1$; е) $0,0*6 > 0,*86$

10 Като използвате чертежа, определете кои десетични дроби съответстват на точките A, B, C, M, N, P и Q .



11 Изобразете върху числов лъч числата: 2,1; 2,32; 8; 2,8; 2,38 (използвайте чертежа от зад.10).

12 Изобразете върху числов лъч числата: 4,11; 4,2; 3; 4,9; 4,17; 5; 4,1; 4,14.

21 СЪБИРАНЕ И ИЗВАЖДАНЕ НА ДЕСЕТИЧНИ ДРОБИ

Свойства:

$$a + b = b + a \quad a + b < a + b + c$$

$$(a + b) + c = a + (b + c) \quad a + b > a + b - c$$

$$1 \text{ лв.} = 100 \text{ ст.}$$

$$1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$$

$$1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$$

$$1 \text{ ст.} = 0,01 \text{ лв.}$$

$$1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m}$$

$$1 \text{ g} = 0,001 \text{ kg}$$

$$1 \text{ dm} = 0,1 \text{ m}$$

$$8,26 - x + 3,75 = 12,004$$

неизвестно събираемо

$$8,26 - x = 12,004 - 3,75$$

$$8,26 - x = 8,254$$

$$x = 8,26 - 8,254$$

$$x = 0,006$$

$$x - 7,13 - 4,87 = 1,009$$

неизвестно умаляемо

$$x - 7,13 = 1,009 + 4,87$$

$$x - 7,13 = 5,879$$

$$x = 5,879 + 7,13$$

$$x = 13,009$$

ОПИТАЙ САМ

1 Пресметнете.

а) $0,786 + 15,36$;

б) $9,9 + 19,951$;

в) $16,57 + 3,43$;

г) $20 - 17,8$;

д) $15 - 4,99$;

е) $10,74 - 2,17$.

2 Като използвате свойствата на събирането, пресметнете.

а) $2,78 + 4,26 + 5,22 + 7,14$;

б) $11,709 + 6,91 + 5,291 + 3,09$;

в) $(30 - 5,64) + (17 - 2,8) + 3,64$;

г) $14,33 + (40,01 - 17,34) + 7,1$;

д) $\frac{19}{10} + 11,4 + 9,1$;

е) $\frac{7}{4} + 6,875 + \frac{9}{8} + 5,25$.

3 Сравнете, без да пресмятате.

а) $4,8 + 7,86 + 9,15$ и $9,15 + 4,8 + 7,76$;

б) $(3,15 + 7,9) + 4,18$ и $7,8 + (4,18 + 3,15)$;

в) $(5,76 + 9,43) + (4,67 + 12,24)$ и $(4,67 + 9,43) + (5,86 + 12,24)$.

4 Пресметнете:

а) в левове: $4 \text{ лв. } 68 \text{ ст.} + 398 \text{ ст.}$; $7 \text{ лв. } 36 \text{ ст.} + 85 \text{ ст.}$; $5,45 \text{ лв.} + 267 \text{ ст.}$;

б) в метри: $6 \text{ m } 34 \text{ cm} + 68 \text{ cm}$; $6,54 \text{ m} + 483 \text{ cm}$; $3,56 \text{ m} + 17 \text{ dm.}$;

в) в килограми: $1,67 \text{ kg} + 63 \text{ g}$; $1 \text{ kg } 480 \text{ g} + 590 \text{ g}$; $1,708 \text{ kg} + 1942 \text{ g}$.

МОГА ПОВЕЧЕ

- 5** Намерете неизвестното число x .
- а) $x + 5,07 - 9,009 = 2,34$; б) $7,72 - x + 4,19 = 11,001$;
в) $6,31 + x - 9,07 = 4,58$; г) $x - 8,17 + 5,78 = 6,02$;
д) $6,39 - (10 - x) = 4,59$; е) $14,09 + (x - 17,29) = 20$.
- 6** Асен тежи 66,14 kg, а Петър тежи с 5,78 kg по-малко. Могат ли двамата заедно да използват асансьор, ако на него пише, че е с товароподемност до 120 kg?
- 7** Ася разполага с 30 лв. за една учебна седмица. В понеделник похарчила 5,58 лв., във вторник – с 2,06 лв. повече, а в сряда – с 3,76 лв. по-малко, отколкото в понеделник и вторник общо. Колко лева е похарчила за трите дни? Колко лева са ѝ останали за четвъртък и петък?
- 8** Ако от сбора на числата 10,99 и 11,001 извадим едно число, се получава разликата на числата 11,001 и 9,99. Кое е изваденото число?
- 9** Ако от 90 извадим сбора на едно число с 3,76, ще получим разликата на най-голямото двуцифрено естествено число, записано с различни цифри, и 22,35. Кое е числото?
- 10** Ако от разликата на едно число с 4,48 се извади 6,68, ще се получи сборът на 9,96 и 2,18. Кое е числото?
- 11** Сборът на три числа е 8,928. Сборът на първото и третото число е 3,25, а на второто и третото е 6,578. Намерете числата.
- 12** Колко метра трябва да бъде широчината на път, така че да могат да се разминат камион и автобус, широки съответно 2,8 m и 3 m? Разстоянието между тях трябва да бъде 1,2 m, а встрани от тях (до бордюра) трябва да има 60 cm.

22 СБОР И РАЗЛИКА НА ОТСЕЧКИ

1 km = 1000 m	1 m = 0,001 km
1 m = 10 dm	1 dm = 0,1 m
1 dm = 10 cm	1 cm = 0,1 dm
1 m = 100 cm	1 cm = 0,01 m
1 cm = 10 mm	1 mm = 0,1 cm = 0,001 m

1 На чертежа т. P и т. Q са вътрешни за отсечката MN .

а) Ако $PN = 1,54$ m, $QM = 24$ dm, $PQ = 136$ cm, намерете MN .

б) Ако $MQ = 15,02$ dm, NQ е с 75 cm по-малка от NP , намерете MP .

Решение а) $PN = 1,54$ m = 15,4 dm; $PQ = 136$ cm = 13,6 dm;
 $NQ = PN - PQ = 15,4 - 13,6 = 1,8$ dm; $MN = MQ + QN = 24 + 1,8 = 25,8$ dm

б) $NQ = NP - PQ$ (от чертежа)

$NQ = NP - 75$ mm (от условието). Следователно $PQ = 75$ cm = 7,5 dm.

$MP = MQ - PQ = 15,02 - 7,5 = 7,52$ dm.

ОПИТАЙ САМ

2 На чертежа т. C е вътрешна за отсечката AB .

а) Ако $AB = 7,3$ cm

и $AC = 4,8$ cm, намерете BC .

б) Ако $BC = 107$ mm и $CA = 0,58$ dm, намерете AB .

3 На чертежа т. C и т. D са вътрешни за отсечката AB .

а) Ако $AB = 18,09$ cm, $DB = 74$ mm, $CA = 0,67$ dm, намерете CD .

б) Ако $DA = 21$ dm, $CB = 177$ cm, $AB = 29,4$ dm, намерете CD .

в) Ако $AD = 1,7$ dm, $BC = 1,16$ dm, $CD = 5,3$ cm, намерете AB .

г) Ако $AC = 3,8$ cm, BC е с 4,5 cm, по-голяма от BD , намерете AD .

д) Ако $BC = 13,7$ dm, AD е със 7,3 dm, по-голяма от CD , намерете AB .

е) Ако $BC = 14,2$ cm, AC е с 6,4 cm, по-малка от AD , намерете BD .

4 Едната страна на триъгълник е с дължина 12,05 cm, а друга негова страна е с 5,3 cm по-къса от първата. Намерете третата страна на триъгълника, ако обиколката му е 31,4 cm.

5 Страната AC на $\triangle ABC$ е с 16 mm по-малка от дължината на страната AB , а BC е с 1,7 cm по-голяма от дължината на AC . Ако най-голямата страна е с дължина 8,4 cm, намерете:

- а) коя е най-късата страна;
 б) дължината на BC ;
 в) обиколката на $\triangle ABC$.

6 Разстоянието между къщите на Мони и Ники е 2,08 km. Те тръгват едновременно един към друг и след известно време разстоянието между тях е 560 m. Мони е изминал 0,75 km. Какво разстояние е изминал Ники?

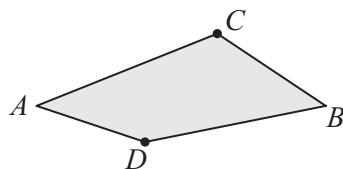
7 Едновременно от Своге и от София, разстоянието между които е 41,2 km, тръгват лек автомобил и камион. След известно време леката кола е изминала 27 km, а камионът – с 10,4 km по-малко от колата. Намерете разстоянието между тях.

8 От град A и град B едновременно, един срещу друг, тръгват два камиона. След известно време разстоянието между тях е 14,6 km. Единият от тях е изминал 37,8 km, а другият – 42,7 km. Намерете разстоянието между A и B .

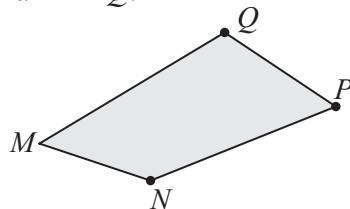
9 Лека кола пътува от Монтана до София през Берковица. Разстоянието от София до Монтана е 106,8 km. Леката кола тръгва от Монтана, пристига в София и тръгва обратно към Монтана. В Берковица шофьорът забелязал, че е изминал 186,5 km от тръгването си от Монтана. Намерете разстоянието от Монтана до Берковица.

МОГА ПОВЕЧЕ

10 Два отбора по ориентиране трябва да стигнат от пункт A до пункт B . Първият отбор е минал през пункт C , а вторият – през пункт D . Разстоянието от A до C е 1,878 km и е с 0,98 km по-голямо от това от A до D , но е с 0,704 km по-малко от това от D до B . Разстоянието от C до B е 0,806 km. Пътят на кой отбор е по-къс?



11 Обиколката на $\triangle MNP$ е 13,2 cm. Обиколката на четириъгълника $MNPQ$ е 25,1 cm и $MP = 5,6$ cm. Намерете обиколката на $\triangle MPQ$.



23 СЪБИРАНЕ И ИЗВАЖДАНЕ НА ДЕСЕТИЧНИ ДРОБИ. ТЕКСТОВИ ЗАДАЧИ.

Скоростта на течението на река Дунав е $2,85 \text{ km/h}$. Риболовен кораб се движи срещу рибен пасаж, който плува по течението на реката със скорост $4,2 \text{ km/h}$. За успешен улов на този вид риба корабът трябва да се движи срещу рибния пасаж със скорост с $0,5 \text{ km/h}$ по-голяма от скоростта на рибния пасаж. С каква собствена скорост и в каква посока трябва да се движи корабът, за да се осигурят подходящи условия за улов?

Решение | За да се създадат условия за добър улов, корабът трябва да се движи срещу течението на реката с $4,2 + 0,5 = 4,7 \text{ km/h}$. Скоростта на течението на реката е $2,85 \text{ km/h}$, тогава собствената скорост на кораба трябва да бъде $4,7 + 2,85 = 7,55 \text{ km/h}$.

ОПИТАЙ САМ

1 Скоростта на лодка по течението на една река е $11,3 \text{ km/h}$, а скоростта на течението на реката е $2,8 \text{ km/h}$.

- Каква е скоростта на лодката срещу течението на реката?
- Ако лодката отплава срещу течението на реката и едновременно с нея е пуснат сал, намерете разстоянието между тях след 1 h .

2 Моторна лодка изминава $15,7 \text{ km}$ срещу течението на река за 1 h . Собствената скорост на лодката е $17,2 \text{ km/h}$.

- С каква скорост ще се движи лодката по течението на реката?
- Ако лодката отплава по течението на реката и едновременно с нея е пуснат сал, намерете разстоянието между тях след 1 h .

3 За да се построи мост над река, е излята колона от бетон, която влиза в земята на дълбочина $3,80 \text{ m}$ и се издига над водата на височина $5,40 \text{ m}$. Каква е височината на колоната, ако в този участък дълбочината на реката е $2,17 \text{ m}$?

4 Момчил отишъл на пазар с 10 лв. Купил химикал за $2,48 \text{ лв.}$, молив – с цена $1 \text{ лв. } 52 \text{ ст.}$ по-малко от химикала и маркери – с $3 \text{ лв. } 78 \text{ ст.}$ по-скъпи от химикала. Колко лева е рестото му?

5 Мария купила $1,384 \text{ kg}$ банани, с 517 g по-малко портокали и мандарини – със 788 g повече от портокалите. Колко килограма плодове е купила?

6 Семейство купило ябълки, мандарини и портокали, които тежат общо $6,750 \text{ kg}$. Ябълките са $2,720 \text{ kg}$, мандарините са с $1,740 \text{ kg}$ по-малко. Колко килограма портокали са купили?

7 В склад има 14 t картофи. Първия ден продали 2,760 t. Втория ден – с 1,070 t повече. Третия ден – с 940 kg по-малко, отколкото през първия и втория ден общо. Колко тона картофи са останали в склада?

8 Калин събрал определено количество орехи. При почистването от черупките теглото им намаляло с 2,576 kg. При печенето теглото на орехите намаляло с 648 g по-малко, отколкото при отделянето на черупките. Ако изпечените орехи са 3,145 kg, намерете колко килограма орехи е събрал Калин.

9 Месечният абонамент на Асен за GSM е 9,99 лв. Той провел разговори извън безплатните минути на стойност 3 лв. 14 ст. Изпратил и текстови съобщения извън безплатните на стойност с 96 ст. по-малко от стойността на проведените разговори. За мултимедийните съобщения, които изпратил, цената била равна на разликата от цената на допълнителните разговори и текстовите съобщения.

- а) Колко са стрували текстовите съобщения?
- б) Колко е месечната му сметка?
- в) Ако е дал 20 лв., колко е рестото му?

МОГА ПОВЕЧЕ

10 Ани има с 3,76 лв. повече от Валя, а Бети има с 2,76 лв. по-малко от Валя. Тази, която има най-малко пари, има 5,44 лв.

- а) Кое момиче има най-малко пари?
- б) Колко лева имат трите момичета общо?

11 Цената на килограм домати се променя през годината съобразно сезона, търсенето и реколтата. През март тя е била 4,50 лв. за килограм, през август – 80 ст., а през октомври – 3,60 лв. за килограм.

- а) С колко е поевтинял килограм домати през август в сравнение с март?
- б) С колко е поскъпнал килограм домати през октомври в сравнение с август?
- в) През октомври цената на килограм домати повишила ли се е, или е намаляла в сравнение с цената през март и с колко?

12 В спортен магазин маратонки имат цена 78,87 лв. В онлайн магазин същите маратонки са 71,49 лв., но има и такса за куриерски услуги, която е 5,99 лв. В кой магазин е по-изгодно да се купят маратонките и колко лева ще бъдат икономисани при тази покупка?

13 Калоян има 24,3 МВ свободно място в паметта на телефона си. Той изтрил 2 снимки, които заемат съответно 3,72 МВ и 3,56 МВ, и изтеглил песен, която заела пространство от 2,89 МВ. Колко свободно място е останало в паметта на телефона му?

24 УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ НА ДЕСЕТИЧНИ ДРОБИ

Свойства:

$$a \cdot b = b \cdot a$$

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

$$a : b = (a \cdot c) : (b \cdot c)$$

Ако $c > d$, то $a \cdot b \cdot c > a \cdot b \cdot d$

$$1 \text{ h} = 60 \text{ min} \quad 1 \text{ min} = \frac{1}{60} \text{ h}$$

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$

$$(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$$

$$(a + b) : c = a : c + b : c$$

$$(a - b) : c = a : c - b : c$$

$$6 \text{ min} = \frac{6}{60} \text{ h} = \frac{1}{10} \text{ h} = 0,1 \text{ h}$$

ОПИТАЙ САМ

1 Сравнете, без да пресмятате.

а) $18,76 \cdot 5,2$ и $18,76 \cdot 1,6 \cdot 4,8$;

в) $11,18 : 2,9$ и $(11,18 \cdot 2,5) : (2,9 \cdot 2,5)$;

д) $12,6 : (3,2 : 0,4)$ и $12,6 : 3,2$;

б) $(14,32 : 5,1) \cdot 7,6$ и $14,32 : (7,6 \cdot 5,1)$;

г) $12,6 : 3,2$ и $12,6 : 1,6 \cdot 2$;

е) $11,7 \cdot 3,5 : 1,6$ и $11,7 \cdot 4,5 : 1,6$.

2 Пресметнете.

а) $5 - 0,4 \cdot 3,48 \cdot 2,5$;

в) $7,18 \cdot 6,8 - 6,8 \cdot 2,18$;

д) $12,5 : 1,5 + 2,5 : 1,5$;

ж) $14,2 : 1,3 - 1,2 : 1,3$;

и) $(1,25 + 0,125) \cdot 0,4$;

б) $0,8 \cdot 13,1 \cdot 1,25 - 10,09$;

г) $12,4 \cdot 3,72 + 3,72 \cdot 7,6$;

е) $(12,3 - 0,82) : 4,1$;

з) $5,8 - 5,8 \cdot 0,75$;

к) $4,68 : 1,2 + 4,68 : 1,8$.

3 Търговец купил $35,6 \text{ kg}$ ягоди по $2,85 \text{ лв.}$ за килограм и ги продал по $3,30 \text{ лв.}$ за килограм. Колко лева е печалбата му?

4 Мая купила 2 шоколада, които струват $2,38 \text{ лв.}$ общо, и 350 g сладки. Цялата покупка струва $4,90 \text{ лв.}$

а) Намерете цената на 1 шоколад. б) Намерете цената на 1 kg сладки.

5 Пет маркера и седем химикала струват $17,85 \text{ лв.}$ Каква е цената на един химикал и на един маркер поотделно, ако заедно струват $2,95 \text{ лв.}$?

6 Няколко приятели отишли на излет в планината. За да купят храна, петима от тях дали по $21,50 \text{ лв.}$, а останалите – по $19,50 \text{ лв.}$ Колко са били приятелите, ако събраната сума е $185,50 \text{ лв.}$?

7 Правоъгълник и квадрат имат равни обиколки. Ако страните на правоъгълника са $4,6 \text{ cm}$ и $2,6 \text{ cm}$, намерете страната на квадрата и лицето му.

8 Правоеъгълник и квадрат имат равни обиколки. Едната страна на правоъгълника е 6,4 cm, а другата е 1,6 пъти по-малка от нея. Намерете страната на квадрата и лицето му.

9 Запишете колко часа и колко минути са:
а) 4,3 h; б) 4,8 h; в) 2,15 h; г) 5,25 h.

10 Концерт започва в 18 h 45 min и продължава 1,4 h. В колко часа ще свърши?

11 Лили и Мони имат среща в 11 h 10 min. Лили пристигнала 0,4 h преди Мони. Мони закъсняла с 10 min. В колко часа е пристигнала Лили?

12 Разстоянието между градовете A и B е 122 km. В 10 h 15 min от A за B тръгнал автобус със скорост 60 km/h, който в 11 h срещнал автомобил, идващ от град B . Ако автомобилът е пътувал със скорост 70 km/h, намерете в колко часа той е тръгнал от B .

13 Група туристи тръгнала на поход от хижа „Иглика“ за хижа „Еделвайс“, а 18 min по-късно от хижа „Еделвайс“ за хижа „Иглика“ тръгнала втора група туристи. До срещата първата група е вървяла 1 h 15 min.

а) Колко време е вървяла втората група до срещата?
б) Ако скоростта на първата група е 70,4 m/min, а на втората е 65 m/min, намерете разстоянието между хижите.

14 От град A тръгва автомобил, който се движи със скорост 105 km/h и след 48 min настига мотоциклетист, който е тръгнал от A 15 min преди него. С каква скорост пътува мотоциклетистът?

15 От A тръгва моторист, а 15 min след това в същата посока тръгва автомобил със скорост 60 km/h и 1,2 h след тръгването на моториста го настига. Намерете на какво разстояние от A автомобилът настига моториста и скоростта на моториста.

МОГА ПОВЕЧЕ

16 Турист прави преход от хижа A до хижа B , като пътеката му минава през връх C . Разстоянието от A до C е 11,4 km, а разстоянието от C до B е 9,6 km. Скоростта на туриста при равен терен е 6,5 km/h. Скоростта му на изкачване намалява с $\frac{5}{13}$ от нея, а скоростта му на спускане се увеличава с $\frac{3}{13}$ от нея.

Намерете за колко време туристът прави прехода от A до B и от B до A .

25 НАМИРАНЕ НА НЕИЗВЕСТНО ЧИСЛО

$$\begin{array}{llllll} x + a = b & x - a = b & a - x = b & a \cdot x = b & x : a = b & a : x = b \\ x = b - a & x = b + a & x = a - b & x = b : a & x = b \cdot a & x = a : b \end{array}$$

$$31,5 : \underbrace{(10,01 - x)}_{\text{неизвестен делител}} = 6 : 0,4$$

$$31,5 : (10,01 - x) = 15$$

$$10,01 - x = 31,5 : 15$$

$$10,01 - x = 2,1$$

$$x = 10,01 - 2,1$$

$$x = 7,91$$

$$\underbrace{(0,7 \cdot x + 6,7)}_{\text{неизвестно делимо}} : 0,15 = 0,6 : 0,01$$

$$(0,7 \cdot x + 6,9) : 0,15 = 60$$

$$(0,7 \cdot x + 6,9) = 60 \cdot 0,15$$

$$0,7 \cdot x + 6,9 = 9$$

$$0,7 \cdot x = 9 - 6,9$$

$$0,7 \cdot x = 2,1$$

$$x = 3$$

ОПИТАЙ САМ

1 Намерете число, за което знаете, че $\frac{7}{12}$ от него е 0,63.

2 Каква част е 0,7 от 1,12?

3 Намерете неизвестното число x .

а) $(2,7 + 4,6) : x = 2,5$;

в) $(x \cdot 2,3) \cdot 4,5 = 20,7$;

д) $(x + 7,06) \cdot 3,12 = 26,52$;

ж) $10,8 : (x \cdot 0,3) = 30$;

б) $1,25 \cdot x \cdot 8 \cdot 3,01 = 108,36$;

г) $x \cdot 4,2 + 7,56 = 10,5$;

е) $(x : 2,5) \cdot 0,7 = 0,49$;

з) $(x - 2,7) : 5,3 = 0,12$.

4 От 15,6 извадих частното на едно число с 0,4. Полученото умножих с 0,9. Получих произведението на 0,63 и 8. Кое е числото?

5 Умножих едно число с 0,6 и от полученото произведение извадих 3,3. Получения резултат разделих на 0,15. Получих частното на 3 и 0,1. Кое е числото?

6 Намерете неизвестното число x .

а) $(18,1 - x) : 0,3 = 6 : 10$;

в) $(8 \cdot x + 3,9) : 0,7 = 3,6 \cdot 2,5$;

б) $(4,4 - x : 5) \cdot 8 = 2,432$;

г) $12,4 \cdot (5,3 - 5,3 \cdot x) - 6,06 = 26,8$.

7 Сборът на две числа е 17,6. Ако едното събираемо умножим с 3, а другото – с 4, ще получим 60,3. Намерете числата.

8 Разликата на две числа е 5,3. Ако умалителя увеличим 5 пъти, а умаляемното увеличим 6 пъти, ще получим разлика 32,1. Намерете числата.

МОГА ПОВЕЧЕ

9 Билети за кино за двама възрастни и едно дете струват общо 35,75 лв. Детският билет е с 6,55 лв. по-евтин от този за възрастен. Колко струва билетът за възрастен и билетът за дете?

10 Яна, Кали и Оля намислили по едно число. Намерили произведението на трите числа и получили 36,96. Сборът на числата на Яна и Кали е 8,3. Числото на Яна е с 1,3 по-малко от числото на Кали. Намерете числата, които са намислили трите момичета.

11 Петър, Райко и Стефан решили да ходят на кино, но не всеки от тях имал достатъчно пари за билет. За това всеки от тях дал парите, които има в себе си, и събрали 27,60 лв. Парите на Петър са два пъти повече от тези на Стефан, а Стефан е имал три пъти по-малко от Райко.

а) По колко лева е дал всеки от тях?

б) Ще могат ли да отидат на кино, ако цената на един билет е 8,50 лв.?

12 Страната AB на триъгълник е два пъти по-голяма от страната AC . Страната AC е 1,5 пъти по-малка от BC . Намерете страните на триъгълника, ако обиколката му е 16,2 dm.

26 ПРЕВРЪЩАНЕ НА ОБИКНОВЕНА ДРОБ В ДЕСЕТИЧНА. БЕЗКРАЙНА ПЕРИОДИЧНА ДЕСЕТИЧНА ДРОБ. ЗАКРЪГЛЯВАНЕ.

Обикновена дроб превръщаме в десетична, като я разширим до дроб със знаменател 10, 100, 1000...

$$\frac{7}{40} = \frac{175}{1000} = 0,175$$

или като разделим числителя на знаменателя $7,0 : 40 = 0,175$.

Десетична дроб превръщаме в обикновена, като в числителя записваме числото без десетична запетая, а в знаменателя записваме единица с толкова нули, колкото са цифрите след десетичната запетая.

$$3,64 = \frac{364}{100} = \frac{182}{50} = \frac{91}{25}$$

ОПИТАЙ САМ

1 Превърнете:

- а) в десетична дроб: $3\frac{14}{35}$; $\frac{1782}{3300}$; $\frac{91}{52}$; $\frac{475}{171}$; $\frac{463}{24}$; $\frac{37}{27}$; $\frac{17}{18}$; $\frac{144}{330}$; $\frac{3514}{267}$ (без-
крайните непериодични дроби закръглете с точност до стотни).
б) в обикновена несъкратима дроб: 0,36; 1,45; 2,075; 1,95; 36,4; 0,0015; 0,225.

2 Сравнете.

- а) $53,(53)$ и $\frac{2677}{50}$; б) $\frac{165}{44}$ и $3,(753)$;
в) $25,(6)$ и $\frac{536}{21}$; г) $\frac{34}{57}$ и $0,59(6)$.

3 Кои цифри могат да се поставят на мястото на *, за да е вярно:

- а) $5,87*8 \approx 5,87$ б) $6,49*3 \approx 6,50$
в) $2,6* \approx 2,6$ г) $3,5(*3) \approx 3,5$
д) $11,6(*) \approx 11,7$ е) $7,2(*4) \approx 7,2$
ж) $21,4(*3) \approx 21,5$ з) $18,(*6) \approx 18,*7?$

4 Намерете неизвестното число x .

- а) $0,6 \cdot x = 4\frac{13}{20} - 2\frac{4}{5}$; б) $x \cdot 0,4 + 5 = 11\frac{2}{3} + 6\frac{1}{3}$;
в) $\frac{5}{6} : x - 0,25 = 4\frac{3}{4} : 3\frac{4}{5}$; г) $\left(x : \frac{3}{5} - 7\right) : 2\frac{5}{8} = 0,75 \cdot 5\frac{1}{3}$.

5 Пресметнете изразите.

- а) $\frac{\left(4,2 - 3\frac{3}{14}\right) \cdot 4\frac{2}{3}}{(11 - 6,4) : 0,23}$;
б) $\left[\frac{\left(7 - 5\frac{1}{2}\right) : 0,05}{\left(3\frac{13}{20} - 3,55\right) \cdot 3 + \frac{1}{5}} - \frac{\left(1,6 - \frac{2}{5}\right) \cdot 1\frac{1}{2}}{\left(1,72 + 2\frac{7}{25}\right) \cdot \frac{1}{40}} \right] : 4\frac{3}{8}$;
в) $57 : \left[\frac{3 : (0,2 - 0,1)}{2,5 \cdot (0,8 + 1,2)} - \frac{(14,14 - 13,99) \cdot 4}{2,56 : (7,43 - 6,15)} \right] + \frac{5}{6} : \frac{10}{21}$;

$$г) \left[3 : \frac{1}{5} - 0,6 : \frac{2,5}{\frac{5}{2} \cdot 0,4 \cdot \frac{50}{1 : \frac{1}{2}}} \right] + \frac{3 + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{0,25}}{6 - \frac{96}{1 + 3,1 \cdot 10}}$$

$$д) \frac{0,8 : \left(\frac{8}{5} \cdot 1,25 \right)}{0,56 + \frac{1}{25}} + \frac{\left(\frac{3}{25} + 0,88 \right) : \frac{3}{5}}{\left(5 \frac{1}{3} - 3 \frac{1}{4} \right) \cdot 2 \frac{2}{5}} + (1,6 \cdot 0,5) : 1 \frac{3}{5}$$

6 Мария купила 1,28 kg банани по 2,59 лв. за килограм и 2,08 kg портокали по 1,29 лв. за килограм. Ако е дала 10 лв., намерете рестото ѝ.

МОГА ПОВЕЧЕ

7 Кой ще измине по-голямо разстояние: мотоциклетист, който пътува 3 h със скорост 144 m/s, или втори мотоциклетист, който пътува 3 h 27 min със скорост 35 km/h?

8 Разстоянието между два града е 185 km. Едновременно един срещу друг потеглили лек автомобил и автобус. Двете превозни средства се срещнали след 1 h 10 min. Ако автобусът се движи със скорост 75 km/h, намерете скоростта на леката кола, закръглена с точност до стотни.

9 Кон тича със скорост 17 m/s. Колко километра ще измине за 0,05 h?

10 Правоъгълна площадка има дължина 240 m и широчина 2,5 пъти по-малка. Колко декара е площадката? Закръглете резултата с точност до декар.

11 Г-н Иванов купил 2000 € от банка, а г-н Петров продал на банката 2000 €. Колко е щял да спести Иванов и да спечели Петров, ако са си разменили валутите по централния курс на БНБ?

евро	
курс на БНБ:	1,956 лв.
в банка:	
курс продава:	1,959 лв.
курс купува:	1,951 лв.

27 ПРОЦЕНТ. НАМИРАНЕ НА ПРОЦЕНТ ОТ ЧИСЛО. НАМИРАНЕ НА ЧИСЛО ПО ДАДЕН ПРОЦЕНТ ОТ НЕГО.

$$p\% = \frac{p}{100}$$

$$28\% = \frac{28}{100} = 0,28; 2,8\% = \frac{28}{1000} = 0,028; 5\frac{4}{9}\% = \frac{49}{9}\% = \frac{49}{900}$$

$$p\% \text{ от } a = \frac{p}{100} \cdot a$$

$$x\% \text{ от } a = b$$

$$\frac{x}{100} \cdot a = b$$

$$x = \frac{b \cdot 100}{a}$$

При намиране на число по даден процент от него даденото количество и процентът трябва да се отнасят до една и съща част от цялото.

Ани е решила 45% от задачите си за домашно. Останали ѝ още 11 задачи. Колко са всички задачи, които трябва да реши?

Решение | Ани е решила 45% от задачите, следователно нерешените задачи са $(100\% - 45\%)$ от всички = 55% от всички.

$$55\% \text{ от } x = 11$$

$$\frac{55}{100} \cdot x = 11$$

$$x = \frac{11 \cdot 100}{55}$$

$$x = 20.$$

Всички задачи са 20.

ОПИТАЙ САМ

1 Запишете всяка от дробите като процент: 0,41; 1,63; 3,033; 6,7; 0,0035; $\frac{7}{25}$; $\frac{9}{20}$; $\frac{24}{60}$; $\frac{3}{8}$; $16\frac{2}{3}$; $15\frac{5}{7}$; $14\frac{5}{6}$.

2 Отговорете на въпросите.

а) На колко са равни 18% от 75?

б) $11\frac{3}{7}\%$ от кое число е 5?

в) 14,5% от кое число са равни на 21% от 36?

г) Колко процента е 63 от 14?

д) Колко процента е $15\frac{3}{5}$ от 48? е) Колко процента от $14\frac{1}{6}$ е 3,4% от 21?

3 Теглото на врабчето е $12\frac{2}{9}\%$ от теглото на гълъба. Ако гълъбът тежи 270 g, намерете колко тежи врабчето.

4 На ден гълъбът изяжда храна, която е 12% от теглото му. Колко грама храна ще изяде гълъб за 7 дни, ако тежи 250 g?

5 При сушене билките губят 75% от теглото си. Колко грама билки трябва да се наберат, за да се получат 200 g сушени билки?

6 В 750 g шипки се съдържат 15 g витамин С. Колко процента е съдържанието на витамин С в шипките?

7 Цената на шоколадови бонбони е 4,50 лв. Тя е намалена с 16,3%.

а) Намерете новата цена на бонбоните (с точност до стотни).

б) Намерете с точност до цяло число с колко процента трябва да се увеличи цената след намалението, за да стане отново 4,50 лв.

8 Цената на килограм грозде е увеличена с $13\frac{1}{3}\%$ и е 1,70 лв. Намерете цената преди увеличението.

9 Г-н Петров взел потребителски кредит от 7500 лв. за една година. В края на годината установил, че е върнал на банката 8040 лв. При какъв годишен лихвен процент е сключен договорът за заем?

МОГА ПОВЕЧЕ

10 Г-жа Иванова направила срочен едногодишен депозит в банка при лихва 2,8%. След една година нарасналата сума станала 12 850 лв. Каква сума е внесла г-жа Иванова?

11 От влог 10 000 лв. при 3% годишна лихва след първата година са изтеглени 1500 лв. Колко лева е лихвата на този влог след втората година?

12 Цената на един компютър е 1800 лв. Каква ще бъде тя след две последователни намаления с 10% и с 5%?

13 Фирма купила суровини за 15 000 лв. Допълнителните ѝ разходи са 18 000 лв. Готовата продукция продала за 50 000 лв. Колко процента е печалбата на фирмата от получената сума?

14 Търговец направил за 1 месец две намаления от по 10% на стоката в магазина си. След второто намаление клиент си купил яке за 121,50 лв.

- а) Намерете първоначалната цена на якето.
- б) Колко лева е спестил клиентът?
- в) Каква е била цената на якето след първото намаление?

15 Цената на една стока е 2,60 лв. Поради засилено търсене тя била увеличена с 20%, а след 2 седмици, последната цена е намалена с 20%.

- а) Намерете цената след увеличението.
- б) Намерете цената след намалението.

16 Аукционна къща купила 2 картини, за да ги реставрира и продаде. Първата картина е купена за 20 000 лв. и е продадена с 18% печалба. Втората картина е продадена с 24% печалба. Ако печалбата от двете картини общо е 12 000 лв., намерете:

- а) на каква цена е купена втората картина;
- б) на каква цена е продадена всяка от тях;
- в) каква е печалбата от всяка картина.

28 ТЕКСТОВИ ЗАДАЧИ ЗА ДЕСЕТИЧНИ ДРОБИ И ПРОЦЕНТ

Цената на стока е увеличена с 20%, а след известно време е намалена с 25%. Намерете колко процента е крайната цена от първоначалната.

Решение | Нека началната цена е a лв. След увеличението от 20% новата цена е $(100\% + 20\%)$ от $a = 120\%$ от a . Тази цена е намалена с 25% и тогава крайната цена е:

$$(100\% - 25\%) \text{ от } 120\% \cdot a = 75\% \cdot 120\% \cdot a = \frac{75}{100} \cdot \frac{120}{100} \cdot a = \frac{90}{100} \cdot a = 90\% \text{ от } a.$$

ОПИТАЙ САМ

1 От град А едновременно в противоположни посоки тръгват автобус и лека кола. Скоростта на автобуса е 75 km/h, а на колата е с 20% по-голяма.

- а) Какво ще е разстоянието между тях 3,6 h след тръгването им?
- б) Ако са тръгнали в 11 h 15 min, в колко часа разстоянието между тях ще бъде 297 km?

- 2** Скоростта на самолет е 900 km/h.
- а) За колко време ще измине разстоянието между две летища, което е 1260 km?
- б) Ако е излетял в 9 h 45 min, в колко часа ще кацне?
- в) След като самолетът е изминал 40% разстоянието, се е появил насрещен вятър със скорост 90 km/h. Намерете с колко минути ще закъснее самолетът.
- 3** Заплатата на един служител е увеличена с 20% и станала 930 лв. Колко е била заплатата му преди увеличението?
- 4** В едно училище се изучават следните чужди езици: немски, английски и руски. 40% от учениците изучават английски, 30% от останалите – руски, а 168 ученици изучават немски език. Намерете броя на всички ученици в училището.
- 5** Група ученици отишли на зимен лагер в Банско. 20% от тях могат отлично да карат ски. 17,5% от останалите са се учили, но не карат добре ски. Останалите 99 ученици никога не са се качвали на ски. Намерете броя на всички ученици в групата.
- 6** Семейство купило телевизор на изплащане на три вноски. Първата вноска била 60% от стойността на телевизора. Втората вноска била $22\frac{2}{9}\%$ от стойността на първата вноска и още 270 лв., а третата вноска е 530 лв. Колко лева струва телевизорът?
- 7** За първия си маршрут едно такси изразходвало 25% от бензина в резервоара си. За втория – 20% от останалото количество, след което в резервоара останали 4 L бензин повече, отколкото са изразходвани при двата маршрута. Колко литра бензин е имало в резервоара, преди таксито да започне работа?

МОГА ПОВЕЧЕ

- 8** За хлебозавод купили най-напред 55% от необходимото брашно, след това 40% от първоначално закупеното. Установили, че ако втория път са купили още 150 kg, ще им остане да купят още 11%. Колко брашно всичко трябва да купят?
- 9** От петокласниците в едно училище момичетата са 80% от момчетата. Ако знаете, че 50% от момичетата тренират спортни танци, а 60% от момичетата тренират художествена гимнастика, а трениращите и двата спорта са 12, намерете броя на всички петокласници.
- 10** Цената на стока е била на два пъти увеличена с по 20%. С колко процента е увеличена първоначалната цена на стоката след второто увеличение?

11 Стока струва 90 лв. Цената ѝ е намалена с 28%, а след известно време – е увеличена с 35%.

- а) Намерете цената на стоката след увеличението.
б) Колко процента е последната цена от първоначалната?
в) С колко процента се е променила първоначалната цена на стоката?

12 Стока струва 80 лв. Цената е увеличена с 35%, а след известно време е намалена с 18%.

- а) Намерете цената на стоката след намалението.
б) Колко процента е последната цена от първоначалната?
в) С колко процента се е променила първоначалната цена на стоката?

29 ТЕСТ „ДЕСЕТИЧНИ ДРОБИ“

В задачи от 1 до 6 точно един от дадените четири отговора е верен.

На задачи от 7 до 9 запишете само отговора.

Решенията на задачи 10 и 11 опишете подробно.

1 Сборът 9,6 лв. + 474 ст. е равен на:

- а) 15,60 лв.; б) 13,34 лв.; в) 14,34 лв.; г) 570 ст.

2 Иво си купил сандвич за 1,70 лв. и плодово мляко за 95 ст. Ако е дал 5 лв., рестото му е:

- а) 2,45 лв.; б) 235 ст.; в) 3,35 лв.; г) 265 ст.

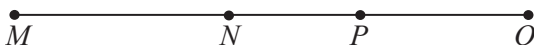
3 Пресметнете $8,61,5 - 1,53\frac{3}{5}$.

- а) 18,3; б) 7,95; в) 7,5; г) 0.

4 Ако $3,6 \cdot (13 - x) = 0,25 \cdot 40 \cdot 4,5$, то x е:

- а) 0,5; б) 16,2; в) 25,5; г) 112.

5 Точките N и P лежат на отсечката MQ в посочения ред. Ако $NQ =$



14,6 cm, $MP = 132$ mm и дължината на PN е с 0,24 dm по-малка от MP , то MQ е:

- а) 25,4 cm; б) 18,32 cm; в) 30,2 cm; г) 17 cm.

6 Мая купила сирене с цена 8,50 лв. за килограм и на касата платила 3,57 лв. Колко сирене е купила?

- а) 42 g; б) 420 g; в) 2,381 kg; г) 238 g.

7 Запишете една десетична дроб x , за която е изпълнено $20,021 > x > 20,02$.

8 Иво е похарчил 34,6% от джобните си пари за седмицата и му останали още 19,62 лв. Колко лева са джобните му пари за седмицата?

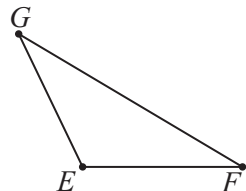
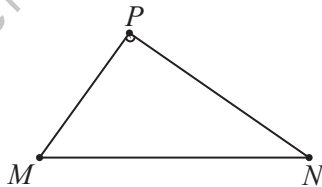
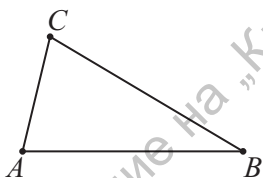
9 Собствената скорост на катер е 28 km/h, а скоростта на течението на реката е 3,6 km/h. В 10 h 50 min от пристанище А е пуснат сал, а в 11 h 15 min от същото пристанище срещу течението тръгва катерът. Намерете какво е разстоянието между тях 1,2 h след тръгването на катера.

10 Пресметнете израза $\frac{1,42 : 1,2 - 0,34 : 1,2}{4\frac{7}{12} - 4,5 : 1,8} + \frac{\left(5\frac{1}{4} - 3\frac{2}{3}\right) \cdot 2,4}{27 - \frac{22}{1 - 1,2 : 10}}$.

11 За шествието на 24 май училище купило бели, зелени и червени балони. Белите балони са 36% от всички, зелените са 45% от останалите, а червените са 220. Колко балона общо е купило училището?

30 ЛИЦЕ НА ТРИЪГЪЛНИК

1 Дадени са $\triangle ABC$ – остроъгълен, $\triangle MNP$ – правоъгълен и $\triangle EFG$ – тъпоъгълен. Къде лежат височините на тези триъгълници? Постройте височините им.

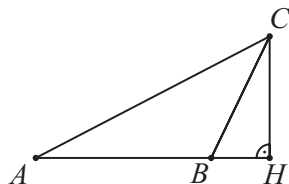
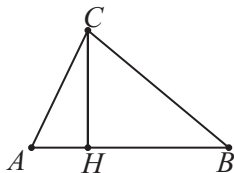


2 Нека CH е височина в $\triangle ABC$. Ако $BH = 2$ cm, а AH е с 2,5 cm по-голяма от BH , намерете AB .

Решение | $AH = BH + 2,5 = 2 + 2,5 = 4,5$ cm.

I сл.

II сл.



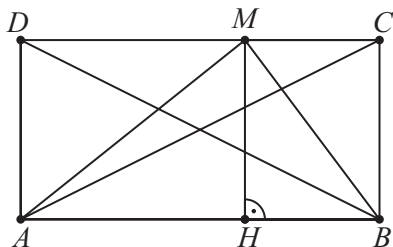
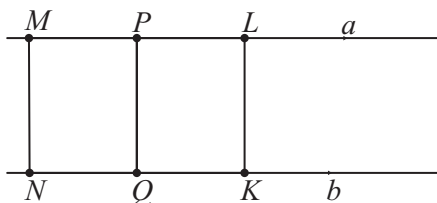
$AB = AH + BH = 4,5 + 2 = 6,5$ cm. $AB = AH - BH = 4,5 - 2 = 2,5$ cm.

Ако правата a е успоредна на правата b , то разстоянията от всяка точка на a до правата b са равни.

3 $ABCD$ е правоъгълник със страни $AB = 10$ см и $BC = 6$ см.

а) Намерете лицата на $\triangle ABC$ и $\triangle ABD$.

б) Ако т. M лежи на DC , намерете лицето на $\triangle ABM$.



Решение

$$а) S_{ABC} = \frac{AB \cdot BC}{2} = \frac{10 \cdot 6}{2} = 30 \text{ cm}^2,$$

$$S_{ABD} = \frac{AB \cdot AD}{2} = \frac{10 \cdot 6}{2} = 30 \text{ cm}^2.$$

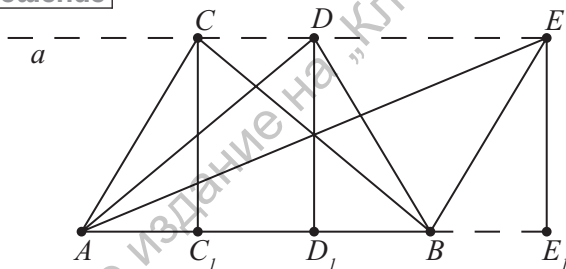
б) Тъй като $AB \parallel DC$, то $AD = BC = MH = 6$ см и

$$S_{ABM} = \frac{AB \cdot MH}{2} = \frac{10 \cdot 6}{2} = 30 \text{ cm}^2.$$

4 Дадени са $\triangle ABC$, $\triangle ABD$ и $\triangle ABE$, чиито върхове C , D и E лежат на права a , успоредна на AB . Докажете, че

$$S_{ABC} = S_{ABD} = S_{ABE}.$$

Решение



Правата $a \parallel AB$. Следователно

$$CC_1 = DD_1 = EE_1 = h.$$

Пресмятаме

$$S_{ABC} = \frac{AB \cdot CC_1}{2} = \frac{AB \cdot h}{2},$$

$$S_{ABD} = \frac{AB \cdot DD_1}{2} = \frac{AB \cdot h}{2} \text{ и } S_{ABE} = \frac{AB \cdot EE_1}{2} = \frac{AB \cdot h}{2}.$$

Следователно $S_{ABC} = S_{ABD} = S_{ABE}$.

5 Даден е $\triangle ABC$, в който страната $AB = 6$ см, височината $CH = 4$ см и т. M е средата на AB . Намерете лицето на $\triangle ABC$.

Решение | $S_{AMC} = \frac{AM \cdot CH}{2}$.

Но $AM = AB : 2 = 6 : 2 = 3$ cm.

Следователно $S_{AMC} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6$ cm².

Ако M е средата на AB , отсечката CM се нарича медиана в $\triangle ABC$.

ОПИТАЙ САМ

6 Даден е $\triangle ABC$, в който AM е медиана. Ако $S_{ABC} = 12$ cm², намерете S_{ABM} .

7 Даден е тъпоъгълен $\triangle ABC$, в който $\angle A > 90^\circ$. Ако височината $CH = 5$ cm, $AH = 2$ cm и $BH = 6$ cm, намерете S_{ABC} .

8 Даден е тъпоъгълен $\triangle ABC$, в който $\angle B > 90^\circ$. Ако височината $CH = 3,5$ cm, $AH = 14,2$ cm и $BH = 2,2$ cm, намерете S_{ABC} .

9 В $\triangle ABC$ е построена височината $CH = 5$ cm. Ако $AH = 7,2$ cm и $BH = 6$ cm, намерете S_{ABC} .

10 Даден е $\triangle ABC$, в който M е среда на страната AB . Докажете, че $S_{AMC} = S_{BMC}$.

Упътване: Ако CH е височина в $\triangle ABC$, то тя е височина в $\triangle AMC$ и в $\triangle BMC$.

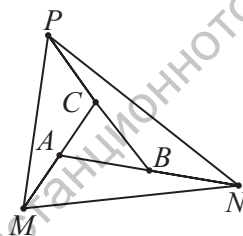
11 Даден е $\triangle ABC$ с лице 48 cm². Нека M е средата на AB , а N е средата на CM . Намерете S_{AMC} и S_{AMN} .

12 Даден е $\triangle ABC$, в който CM е медиана, а точка P е средата на CM . Ако $S_{AMP} = 6$ cm², намерете лицето на $\triangle ABC$.

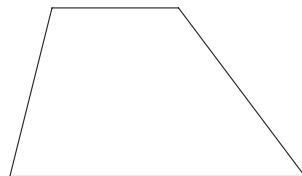
13 Даден е успоредник $ABCD$ с лице 36 cm². Точка M е произволна от DC , а N е произволна точка от AD . Намерете S_{ABM} и S_{BCN} .

14 Даден е $\triangle ABC$. Нека M е точка от AB , такава, че $AM = 2.MB$ и N е точка от BC , такава, че $CN = 2.BN$. Ако лицето на $\triangle MNB$ е $0,5 \text{ cm}^2$, намерете S_{MNC} , S_{AMC} и S_{AMNC} .

15 Даден е $\triangle ABC$. Нека точки M, N и P са такива, че $CM = 2.AC$, $AN = 2.AB$ и $BP = 2.BC$. Ако $S_{ABC} = 5 \text{ cm}^2$, да се намери лицето на $\triangle MNP$.



31 ЛИЦЕ НА УСПОРЕДНИК И ТРАПЕЦ



$$P = 2.(a + b) \quad S = a.h_a = b.h_b$$

$$P = a + b + c + d$$

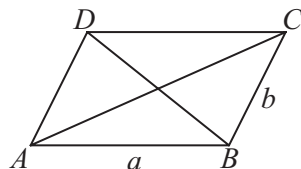
$$S = \frac{(a + b).h}{2}$$

1 Обиколката на ромб е 24 cm . Дължината на правоъгълник е равна на страната на този ромб и е 2 cm по-голяма от широчината му. Намерете страните на правоъгълника.

Решение По условие обиколката на ромба е 24 cm , следователно страната му е $24:4 = 6 \text{ cm}$. Тогава дължината на правоъгълника е $a = 6 \text{ cm}$ и е 2 cm по-голяма от широчината b . Следователно $b = a - 2 = 6 - 2 = 4 \text{ cm}$.

Страните на правоъгълника са $a = 6 \text{ cm}$ и $b = 4 \text{ cm}$.

2 Обиколката на успоредника $ABCD$ е 36 cm , обиколката на $\triangle ABD$ е 28 cm и обиколката на $\triangle ABC$ е $30,1 \text{ cm}$. Намерете диагоналите на успоредника.



Решение | По условие $P_{ABCD} = 36$ cm

$$\Rightarrow 2.a + 2.b = 36 \Rightarrow a + b = 18 \text{ cm.}$$

По условие $P_{ABD} = 28$ cm. Но $P_{ABD} = a + b + BD \Rightarrow BD = 28 - 18 = 10$ cm.

По условие $P_{ABC} = 30,1$ cm. Но $P_{ABC} = a + b + AC$

$$\Rightarrow AC = 30,1 - 18 = 12,1 \text{ cm.}$$

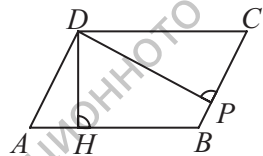
3 Намерете обиколката на успоредник, ако едната му страна е 5 cm, а височините му са 6 cm и 4 cm.

Решение | По условие $DH = 4$ cm и $DP = 6$ cm
 $\Rightarrow AD = 5$ cm ($DC > DP$, защото DC е хипотенуза, а DP е катет в правоъгълния $\triangle DCP$). Пресмятаме лицето на успоредника

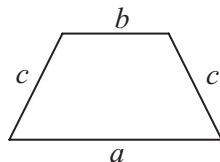
$$S_{ABCD} = BC \cdot DP = 5 \cdot 6 = 30 \text{ cm}^2.$$

$$S_{ABCD} = AB \cdot DH \Rightarrow 30 = AB \cdot 4 \Rightarrow AB = 30 : 4 = 7,5 \text{ cm.}$$

Тогава $P_{ABCD} = 2 \cdot 7,5 + 2 \cdot 5 = 25$ cm.



4 Равнобедрен трапец има обиколка 30 cm. Намерете страните и лицето на трапеца, ако сборът на основите е два пъти по-голям от бедрото, а височината на трапеца е с 20% по-малка от бедрото.



Решение | $a + b + 2.c = 30$

$$a + b = 2.c$$

$$\Rightarrow a + b = 15 \text{ cm.}; 4.c = 30 \Rightarrow c = 7,5 \text{ cm.}$$

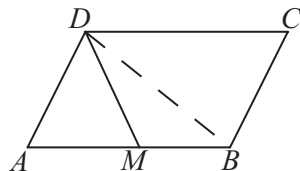
$$h = 7,5 - \frac{20}{100} \cdot 7,5 = 7,5 - 0,2 \cdot 7,5 = 0,8 \cdot 7,5 = 6 \text{ cm}$$

$$S = \frac{(a + b) \cdot h}{2} = \frac{15 \cdot 6}{2} = 45 \text{ cm}^2.$$

ОПИТАЙ САМ

5 В успоредника $ABCD$ точка M е средата на AB . Колко пъти лицето на четириъгълника $MBCD$ е по-голямо от лицето на $\triangle AMD$?

Упътване: Използвайте, че DM е медиана в $\triangle ABD$.



6 Правоъгълен трапец има основи 12,5 cm и 7,3 cm и бедра 5 cm и 4 cm. Намерете лицето му.

Упътване: Височината на трапеца е 4 cm.

7 Едната страна на успоредник е равна на страната на ромб с обиколка 12 cm. Другата страна е 1,5 пъти по-голяма от нея. Намерете обиколката на успоредника.

8 Едната основа на трапец е два пъти по-голяма от другата. Едното му бедро е 7 cm и е с 2 cm по-голямо от другото. Намерете основите на трапеца, ако обиколката му е 24 cm.

9 Обиколката на трапец е 25 cm, а основите му са 8 cm и 5 cm. Намерете бедрата на трапеца, ако едното е с 3 cm по-късо от другото.

10 Ромб и квадрат имат равни лица. Страната на квадрата е 6 cm и е два пъти по-малка от страната на ромба. Намерете височината на ромба.

11 Успоредник има страни 8 cm и 6 cm и височина 4 cm. Намерете лицето му и другата височина.

12 Успоредник има страни 15 cm и 20 cm и височина 18 cm. Намерете лицето му и другата височина.

13 Дължината на едната основа на трапец е 12 cm, а височината му е 5 cm. Намерете другата основа, ако лицето му е 0,45 dm².

14 Успоредник и квадрат имат равни обиколки. Лицето на успоредника е 36 cm², а височините му са 6 cm и 4 cm. Сравнете лицата на квадрата и успоредника.

МОГА ПОВЕЧЕ

15 Успоредникът $ABCD$ има лице S и M е точка от страната AB . Намерете лицето на $\triangle AMD$, ако:

а) дължината на AM е $\frac{1}{3}$ от дължината на AB ;

б) дължината на AM е 20% от дължината на AB ;

в) дължината на AM е 3 пъти по-малка от дължината на MB .

16 Успоредникът $ABCD$ има лице S . Ако t . M е вътрешна за успоредника, намерете $S_{ABM} + S_{DCM}$.

32 ЛИЦЕ НА МНОГОЪГЪЛНИК

Лицето на многоъгълник може да се намери като сбор или разлика от лицата на триъгълници и/или четириъгълници, на които лицата са известни.

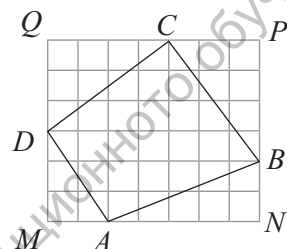
1 Намерете лицето на четириъгълника $ABCD$, ако лицето на всяко квадратче от мрежата е 1 cm^2 .

Решение

$$S_{ABCD} = S_{MNPQ} - (S_{AMD} + S_{ANB} + S_{BPC} + S_{DQC})$$

$$S_{ABCD} = 7.6 - \left(\frac{2.3}{2} + \frac{5.2}{2} + \frac{4.3}{2} + \frac{4.3}{2} \right)$$

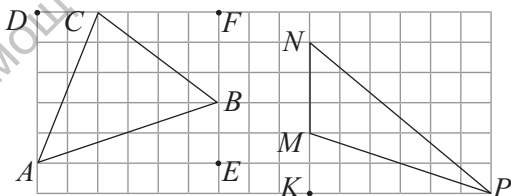
$$S_{ABCD} = 42 - (3 + 5 + 6 + 6) = 42 - 20 = 22 \text{ cm}^2.$$



2 Лицето на всяко квадратче от мрежата на чертежа е 1 cm^2 .

- а) Намерете лицето на $\triangle ABC$.
 б) Намерете лицето на $\triangle MNP$.

Решение В условието на задачата липсват данни за директно пресмятане на лицата на $\triangle ABC$ и $\triangle MNP$, но те могат да се изразят като разлика на лица на фигури, за които има достатъчно данни. Така S_{ABC} се представя като разлика на лицето на правоъгълника $AEFD$ и сбора на лицата на $\triangle ABE$, $\triangle BCF$ и $\triangle ADC$, а S_{MNP} – като разлика на лицата на $\triangle KPN$ и $\triangle KPM$.



а) Пресмятаме: $S_{ABC} = S_{AEFD} - (S_{ABE} + S_{BCF} + S_{ADC})$

$$S_{AEFD} = AE \cdot EF = 6.5 = 30 \text{ cm}^2$$

$$S_{ABE} = \frac{AE \cdot BE}{2} = \frac{6.2}{2} = 6 \text{ cm}^2$$

$$S_{BCF} = \frac{BF \cdot CF}{2} = \frac{3.4}{2} = 6 \text{ cm}^2$$

$$S_{ADC} = \frac{AD \cdot DC}{2} = \frac{5.2}{2} = 5 \text{ cm}^2.$$

Следователно лицето на $\triangle ABC$ е $S_{ABC} = 30 - (6 + 6 + 5) = 13 \text{ cm}^2$.

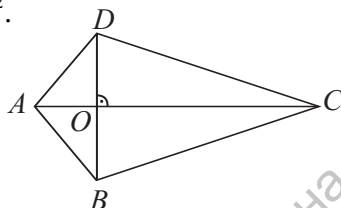
б) $S_{MNP} = S_{KPN} - S_{KPM} = \frac{KP \cdot KN}{2} - \frac{KP \cdot KM}{2} = \frac{6.5}{2} - \frac{6.2}{2} = 9 \text{ cm}^2.$

3 Даден е четириъгълник $ABCD$ с перпендикулярни диагонали. Нека AC пресича BD в точка O . Ако $AC = 12$ cm, $BD = 10$ cm, AO е три пъти по-малка от CO и $BO = DO$, намерете лицето на четириъгълника.

Решение | I начин: По условие $AC = 12$ cm и $CO = 3 \cdot AO$. Следователно $AO = 12 : 4 = 3$ cm и $CO = 3 \cdot AO = 3 \cdot 3 = 9$ cm. Също по условие $BO = DO = 10 : 2 = 5$ cm. За лицето на четириъгълника $ABCD$ можем да запишем

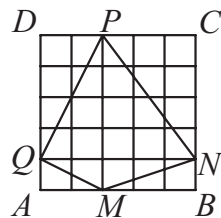
$$S_{ABCD} = S_{ABO} + S_{BCO} + S_{DCO} + S_{ADO} = \frac{3 \cdot 5}{2} + \frac{9 \cdot 5}{2} + \frac{9 \cdot 5}{2} + \frac{3 \cdot 5}{2} = 60 \text{ cm}^2.$$

II начин: $S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{ADC} = \frac{AC \cdot BO}{2} + \frac{AC \cdot DO}{2} = \frac{AC \cdot (BO + DO)}{2} = \frac{12 \cdot 10}{2} = 60 \text{ cm}^2.$



4 Каква част от лицето на квадрата $ABCD$ е лицето на четириъгълника $MNPQ$?

Решение | $S_{ABCD} = 5.5 = 25$



$$S_{MNPQ} = S_{QMN} + S_{QNP} = \frac{5 \cdot 1}{2} + \frac{5 \cdot 4}{2} = 5 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{4}{2} \right) = 5 \cdot \frac{5}{2} = \frac{25}{2}.$$

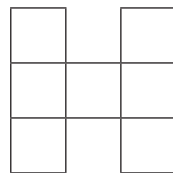
Отг.: Половината.

ОПИТАЙ САМ

5 Даден е четириъгълник $ABCD$, в който диагоналите $AC = 8$ cm и $BD = 12$ cm са перпендикулярни. Намерете лицето на четириъгълника.

6 Нека $ABCD$ е успоредник и нека т. O е пресечна точка на диагоналите AC и BD . Ако $S_{ABO} = 5$ cm² и т. O разполовява както AC , така и BD , намерете лицето на успоредника.

7 Седем еднакви квадрата са разположени, както е показано на фигурата. Ако обиколката на фигурата е 112 cm, намерете лицето ѝ.



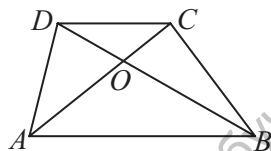
МОГА ПОВЕЧЕ

8 Даден е трапец $ABCD$, в който AB и CD са основи, а т. O е пресечна точка на диагоналите AC и BD . Докажете, че:

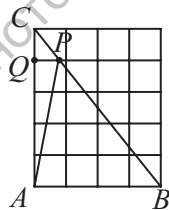
а) $S_{ABC} = S_{ABD}$;

б) $S_{ACD} = S_{BCD}$;

в) $S_{AOD} = S_{BOC}$.



9 Намерете дължината на отсечката PQ , ако дължината на страната на едно квадратче е 1 cm.



33 КУБ

1 Сборът на ръбовете на куб е 36 cm. Намерете лицето на повърхнината и обема му.

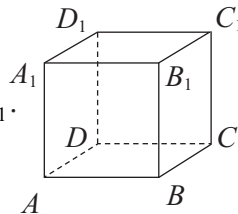
Решение | Кубът има 12 ръба:

$AB, BC, CD, AD, AA_1, BB_1, CC_1, DD_1, A_1B_1, B_1C_1, C_1D_1$ и A_1D_1 .

Тогава $36:12 = 3$ cm е дължината на ръба.

Следователно $S = 6 \cdot a \cdot a \Rightarrow S = 6 \cdot 3 \cdot 3 = 54$ cm².

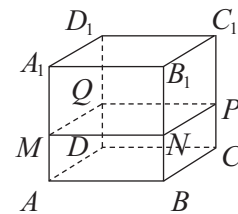
$V = a \cdot a \cdot a \Rightarrow V = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ cm³.



2 Куб със страна 6 cm е разрязан на два правоъгълни паралелепипеда така, че лицето на повърхнината на единия паралелепипед е два пъти по-малко от лицето на повърхнината на куба. Намерете обемите на получените паралелепипеда.

Решение | Нека двата паралелепипеда, на които е разрязан

кубът, са $ABCDMNPQ$ и $MNPQA_1B_1C_1D_1$. Да означим $AM = x$. Нека $ABCDMNPQ$ е паралелепипедът, чието лице на повърхнината е два пъти по-малко от лицето на повърхнината на куба, т.е. $S_{ABCDMNPQ} = S_{ABCD A_1 B_1 C_1 D_1} : 2$.



Пресмятаме двете лица:

$$S_{ABCDMNPQ} = 2(AB \cdot BC + AB \cdot AM + BC \cdot BN) = 2(6 \cdot 6 + 6 \cdot x + 6 \cdot x) = 2(36 + 12 \cdot x)$$

$$S_{ABCD A_1 B_1 C_1 D_1} = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216 \text{ cm}^2.$$

От условието лицето на повърхнината на $ABCDMNPQ$ да е два пъти по-малко от лицето на повърхнината на куба получаваме

$$2(36 + 12 \cdot x) = 216 : 2$$

$$2(36 + 12 \cdot x) = 108$$

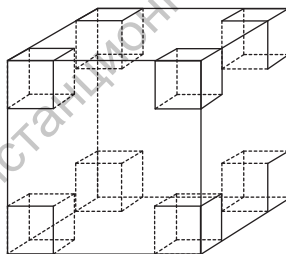
$$36 + 12 \cdot x = 54$$

$$12 \cdot x = 18 \Rightarrow x = 1,5 \text{ cm.}$$

$$\text{Тогава } V_{\text{куб}} = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216 \text{ cm}^3, V_{ABCDMNPQ} = 6 \cdot 6 \cdot 1,5 = 54 \text{ cm}^3.$$

$$\text{Следователно } V_{MNPQ A_1 B_1 C_1 D_1} = V_{\text{куб}} - V_{ABCDMNPQ} = 216 - 54 = 162 \text{ cm}^3.$$

3 Куб има ръб 8 cm. От всеки негов връх е изрязан куб със страна 2 cm, както е показано на чертежа. Намерете лицето на повърхнината и обема на полученния многостен.



Решение | От чертежа се вижда, че от големия куб са изрязани 8 малки кубчета. Следователно обемът на полученото тяло е равен на разликата между обема на големия куб и 8 пъти обема на едно малко кубче.

Пресмятаме:

$$V_{\text{куб}} = 8 \cdot 8 \cdot 8 = 512 \text{ cm}^3,$$

$$V_{\text{кубче}} = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8 \text{ cm}^3, V_{\text{тяло}} = 8 \cdot V_{\text{кубче}} = 512 - 8 \cdot 8 = 448 \text{ cm}^3.$$

4 Резервоар за вода има форма на куб. Водата в него е с обем 9000 L. Празната част на резервоара е с два пъти по-голям обем. Намерете дължината на ръба на куба.

Решение | По условие обемът на водата е 9000 L и е два пъти по-малко от празната част на резервоара. Това означава, че обемът на празната част е 18 000 L и следователно обемът на резервоара е 27 000 L. Ако означим страната на куба с a , то

$$V_{\text{куб}} = a \cdot a \cdot a = 27000 = 30 \cdot 30 \cdot 30,$$

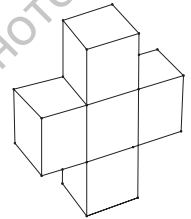
Следователно $a = 30 \text{ dm} = 3 \text{ m}$.

Задачата може да се реши и с непосредствено заместване на a , като отговорите предварително се преобразуват в дециметри:

$$0,3 \text{ m} = 3 \text{ dm}, \quad 3 \text{ m} = 30 \text{ dm}, \quad 30 \text{ cm} = 3 \text{ dm}.$$

ОПИТАЙ САМ

- 5 Едната стена на куб има лице 49 cm^2 . Намерете обема на куба.
- 6 Лицето на повърхнината на куб е 96 cm^2 . Намерете обема на куба.
- 7 Обемът на куб е 27 cm^3 . Намерете лицето на повърхнината му.
- 8 Намерете лицето на повърхнината и обема на тялото, показано на чертежа, ако ръбът на едно кубче е 2 cm .
- 9 Лицето на стена на куб е 25 cm^2 . Намерете обема на куба.
- 10 Ръбът на куб е увеличен 3 пъти. Колко пъти се увеличава лицето на повърхнината му?
- 11 Колко пъти е необходимо да се намали страната на куба, за да се намали обемът му 27 пъти?
- 12 От няколко еднакви кубчета е образуван куб. Намерете броя на кубчетата, ако той е двуцифрено число.
- 13 Обиколката на стена на куб е 16 cm . Да се намери сборът от дължините на ръбовете на куба.



МОГА ПОВЕЧЕ

- 14 Куб с ръб 1 cm е разделен на два правоъгълни паралелепипеда така, че обемът на единия паралелепипед е четири пъти по-малък от обема на куба. Намерете колко пъти лицето на повърхнината на този паралелепипед е по-малко от лицето на повърхнината на куба.
- 15 Куб с ръб 3 cm е разделен на 27 еднакви кубчета. Стените на куба са оцветени шахматно в бяло и черно, като всяко квадратче в ъгъла на стената е бяло. Кубчетата, които имат поне една черна стена, са изрязани от куба. Намерете обема и повърхнината на полученото тяло.
- 16 Колко най-много квадрата може да се съставят с помощта на 12 кибритени клечки, ако страната на всеки квадрат е с дължина 1 кибритена клечка?

34 ПРАВОЪГЪЛЕН ПАРАЛЕЛЕПИПЕД

1 Дължината на правоъгълен паралелепипед е 12 cm. Тя е два пъти по-голяма от широчината и е с 10 cm по-малка от височината му. Намерете лицето на повърхнината на този паралелепипед.

Решение | Нека a е дължината, b – широчината и c – височината на паралелепипеда. По условие $a = 12$ cm и е два пъти по-голяма от широчината, т.е. $a = 2.b$. Следователно $b = 12 : 2 = 6$ cm. Също по условие a е с 10 cm по-малка от височината, т.е. $a = c - 10$. Следователно $c = a + 10 = 12 + 10 = 22$ cm. Заместваме във формулата за лице на повърхнина и получаваме $S = 2.(a.b + a.c + b.c) \Rightarrow S = 2.(12.6 + 12.22 + 6.22) = 936$ cm².

2 Дължината и широчината на правоъгълен паралелепипед са съответно 6 cm и 5 cm. Лицето на повърхнината му е 478 cm². Намерете обема на този паралелепипед.

Решение | Нека c е височината на паралелепипеда.

$$S = 2.(a.b + a.c + b.c), \text{ тогава}$$

$$478 = 2.(6.5 + 6.c + 5.c)$$

$$239 = 30 + 6.c + 5.c$$

$$209 = (6 + 5).c$$

Тук използваме разпределителното свойство

$$c = 209 : 11 = 19 \text{ cm.}$$

Следователно обемът на паралелепипеда е $V = a.b.c = 6.5.19 = 570$ cm³.

3 В затворена кутия с форма на правоъгълен паралелепипед с размери 50 cm, 30 cm и 20 cm е налята вода. Петър поставил кутията върху стената с най-голямо лице и установил, че водата е на 4 cm под горния ръб на кутията. Колко литра е водата в кутията?

Решение | Пресмятаме лицата на стените:

$$50.30 = 1500 \text{ cm}^2; 50.20 = 1000 \text{ cm}^2; 30.20 = 600 \text{ cm}^2.$$

Следователно стената с най-голямо лице е с размери 50 cm и 30 cm, а оттук следва, че височината на кутията е 20 cm. Тъй като по условие водата е на 4 cm под горния ръб, то височината на водата е $20 - 4 = 16$ cm. Следователно обемът на водата е

$$V = 50.30.16 = 24\,000 \text{ cm}^3 = 24 \text{ L.}$$

4 Даден е правоъгълен паралелепипед с дължина 6 cm, широчина 6 cm и височина 8 cm. На 2 cm от основите и от две околни стени е изрязан право-

тъгълен паралелепипед, както е показано на чертежа. Намерете обема и лицето на повърхнината на полученото тяло.

Решение | Обемът на полученото тяло е разлика от обема на паралелепипеда и обема на изрязаната част (малкия паралелепипед). В условието на задачата са дадени размерите на основния паралелепипед и следователно обемът му е

$V_1 = 6 \cdot 6 \cdot 8 = 288 \text{ cm}^3$. От чертежа се вижда, че изрязаната част е паралелепипед с дължина 6 cm, широчина 2 cm и височина 4 cm. Обемът му е $V_2 = 6 \cdot 2 \cdot 4 = 48 \text{ cm}^3$. Следователно обемът на полученото тяло е

$$V = V_1 - V_2 = 288 - 48 = 240 \text{ cm}^3.$$

За да намерим лицето на повърхнината на полученото тяло, трябва от лицето на повърхнината на паралелепипеда да извадим лицето на изрязаната част от предната и от задната стена и да добавим лицата на стените, които са „вътре“ в тялото. Лицето на повърхнината на паралелепипеда е

$$S_1 = 2 \cdot 6 \cdot 6 + 4 \cdot 6 \cdot 8 = 264 \text{ cm}^2.$$

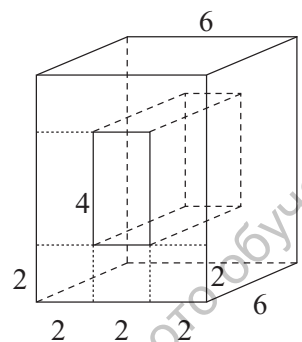
Сборът от лицата на предната и задната стена на изрязаната част е $S_2 = 2 \cdot 2 \cdot 4 = 16 \text{ cm}^2$.

Сборът от лицата на другите четири стени на изрязаната част е

$$S_3 = 2 \cdot 6 \cdot 4 + 2 \cdot 2 \cdot 6 = 72 \text{ cm}^2.$$

Следователно лицето на повърхнината на тялото е

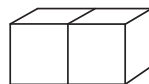
$$S = S_1 - S_2 + S_3 = 264 - 16 + 72 = 320 \text{ cm}^2.$$



ОПИТАЙ САМ

5 От шест еднакви кубчета със страна 2 cm е образуван правоъгълен паралелепипед. Намерете лицето на повърхнината му. Разгледайте всички възможности за подредба на кубчетата.

6 Правоъгълен паралелепипед е получен чрез долепване на две еднакви кубчета. Лицето на повърхнината му е 640 cm^2 . Намерете дължината на ръба на едно кубче.



7 Две от стените на правоъгълен паралелепипед имат общ ръб с дължина 4 cm, а лицата им са 6 cm^2 и 24 cm^2 . Намерете обема на паралелепипеда.

8 Аквариум има форма на правоъгълен паралелепипед с дължина 40 cm, широчина 25 cm и височина 70 cm. В него има 30 L вода.

- а) Определете дълбочината на водата в аквариума.
б) Колко квадратни сантиметра стъкло са употребени за аквариума?

9 Два правоъгълни паралелепипеда имат равни обеми. Дължината на първия е 3 пъти по-голяма от дължината на втория, а широчината на първия е 2 пъти по-голяма от широчината на втория. Колко пъти височината на втория паралелепипед е по-голяма от височината на първия паралелепипед?

10 Басейн има дължина 50 m, широчина 10 m и дълбочина 3 m. Басейнът трябва да бъде облицован с квадратни плочки със страна 20 cm. Колко пакета плочки са необходими, ако в един пакет има 100 плочки?

11 Измеренията на правоъгълен паралелепипед са 4 cm, 6 cm и 8 cm. Намерете обема на паралелепипед, чиито измерения са два пъти по-малки от тези на първия.

12 Дължината на правоъгълен паралелепипед е увеличена 4 пъти, а широчината и височината са намалени два пъти. Как се изменя обемът му?

МОГА ПОВЕЧЕ

13 Сборът от всички ръбове на правоъгълен паралелепипед е 48 cm, а трите му измерения са последователни естествени числа. Намерете ги.

14 Сапун с формата на правоъгълен паралелепипед има размери 4 cm, 8 cm и 2 cm. Всеки ден от него се изразходва едно и също количество. След 7 дни сапунът отново има форма на правоъгълен паралелепипед, но с два пъти по-малки размери (т.е. 2 cm, 4 cm и 1 cm). За колко дни свършва сапунът?

15 Три от стените на правоъгълен паралелепипед имат обиколки, равни на 18 cm, 22 cm и 20 cm. Намерете измеренията на паралелепипеда, обема и лицето на повърхнината му.

16 Три от стените на правоъгълен паралелепипед имат лица, равни на 2 cm^2 , 4 cm^2 и 8 cm^2 . Намерете обема на паралелепипеда.

35 НАМИРАНЕ НА НЯКОИ СУМИ

Йохан Карл Фридрих Гаус е велик немски математик, който има принос към различни области от математиката. Понякога го наричат „Крал на математиците“. Той е човекът, който нарича математиката „Царица на науките“. Когато Гаус бил ученик в началното училище, учителят поставил задача на класа: Да се пресметне сумата на естествените числа от 1 до 100. Само след минута Гаус дал верния отговор. Как е решил задачата толкова бързо? Гаус забелязал, че сумата на първото и последното число е 101, на второто и предпоследното – също и т.н. до средата. Оставало да намери броя на всички такива двойки, който е 50. $1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100 = (1 + 100) + (2 + 99) + (3 + 98) + \dots + (50 + 51) = 101 \cdot 50 = 5050$.

1 Пресметнете сумите, като използвате идеята на Гаус.

а) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$;

б) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9$.

Решение | а) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = (1 + 10) + (2 + 9) + (3 + 8) + (4 + 7) + (5 + 6) = 5 \cdot 11 = 55$;

б) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = (1 + 9) + (2 + 8) + (3 + 7) + (4 + 6) + 5 = 4 \cdot 10 + 5 = 45$.

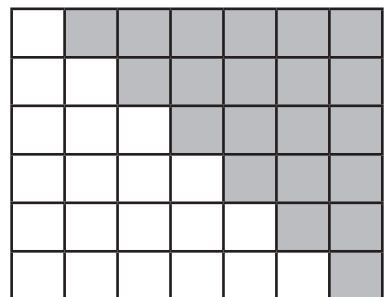
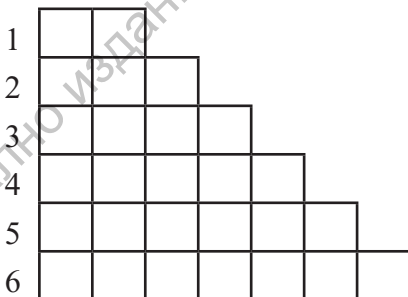
2 Намерете сумата $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$.

Решение | I начин: Използваме идеята на Гаус: $(1 + 6) + (2 + 5) + (3 + 4)$

$= 3 \cdot 7 = 21$.

II начин: Събираме последователно числата $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$.

III начин: На всяко от събираемите съпоставяме квадратчета, както е показано по-долу.



Сумата на числата $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$ е равна на броя на квадратите. Начертаваме две такива фигури и ги съединяваме. Получаваме правоъгълник със

страни 6 и 7. Броят на квадратите в правоъгълника е $6 \cdot 7 = 42$. Ние вземаме половината от това произведение, защото интересувашата ни сума е равна на половината от квадратите.

Тогава $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = (6 \cdot 7) : 2$.

Горните разсъждения могат да се приложат и за всяка друга сума на естествените числа от 1 до някое число n . На мястото на 6 поставяме числото n , а на мястото на 7 – числото $n + 1$.

По този начин получаваме **правило за сумата на първите n естествени числа**.

За да получим сумата на първите n естествени числа, трябва да умножим числото n със следващото число $(n + 1)$ и полученото произведение да разделим на 2, т.е. $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n \cdot (n + 1)}{2}$

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n \cdot (n + 1)}{2}$$

3 Пресметнете $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 98 + 100$.

Решение: $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 98 + 100 = 2 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 49 + 50) = 2 \cdot 51 \cdot 25 = 2550$.

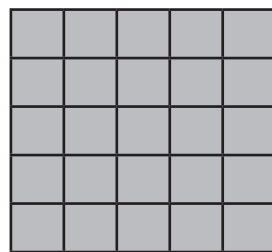
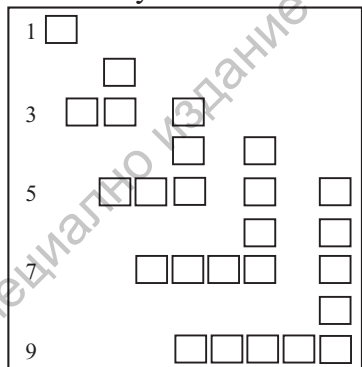
4 Намерете $1 + 3 + 5 + 7 + 9$.

Решение

I начин: (Използваме идеята на Гаус.) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = (1 + 9) + (3 + 7) + 5 = 2 \cdot 10 + 5 = 25$.

II начин: Събираме последователно числата $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$.

III начин: На всяко от събираемите съпоставяме същия брой квадратчета. Съединяваме тези квадратчета до образуването на по-голям квадрат, както е показано по-долу. Големият квадрат съдържа $5 \cdot 5 = 25$ квадратчета. Следователно сумата $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$.



Горните разсъждения могат да се приложат и за всяка друга сума от нечетни естествени числа от 1 до някое нечетно число n .

По този начин получихме **правило за сума на първите n нечетни естествени числа**.

Сумата на първите n естествени нечетни числа е равна на произведението $n \cdot n$.

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2 \cdot n - 1) = n^2$$

ОПИТАЙ САМ

- 5** Пресметнете сумите.
- а) $1 + 2 + 3 + \dots + 21$; б) $1 + 2 + 3 + \dots + 50$; в) $1 + 2 + 3 + \dots + 70$;
г) $1 + 2 + 3 + \dots + 99$; д) $2 + 4 + 6 + \dots + 44$; е) $10 + 12 + 14 + \dots + 60$;
ж) $1 + 3 + 5 + \dots + 99$.
- 6** Васко чел книга и прочел от 21-ва до 33-та страница. Колко е сборът от номерата на страниците, които Васко е прочел?
- 7** Покажете, че числото $1 + 2 + 3 + \dots + 120$ е четно (т.е. се дели на 2).
- 8** Покажете, че $1 + 2 + 3 + \dots + 80$ се дели на 5.
- 9** Покажете, че $1 + 2 + 3 + \dots + 100$ се дели на 10.

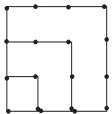
МОГА ПОВЕЧЕ

- 10** Квадрат със страна 1 кибритена клечка е разширен до квадрат със страна 2 кибритени клечки, който е разширен до квадрат със страна 3 кибритени клечки и т.н. Мишо има една кутийка с кибритени клечки.
- а) Колко клечки са използвани общо, ако Мишо 8 пъти е разширил квадрата?
б) Намерете възможно най-големия брой клечки, от които може да се образува страната на квадрата, получен по описания по-горе начин, ако в една кибритена кутийка има между 42 и 50 клечки.

Решение а) За първия квадрат са използвани 4 кибритени клечки, за втория – 6, за третия – 8 и т.н. Следователно трябва да намерим сумата $4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 + 18$.

I начин: Използваме идеята на Гаус: $(4 + 18) + (6 + 16) + (8 + 14) + (10 + 12) = 4 \cdot 22 = 88$.

II начин: $4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 + 18 = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 + 18 - 2 = 2 \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9) - 2 = 2 \cdot 45 - 2 = 90 - 2 = 88$.



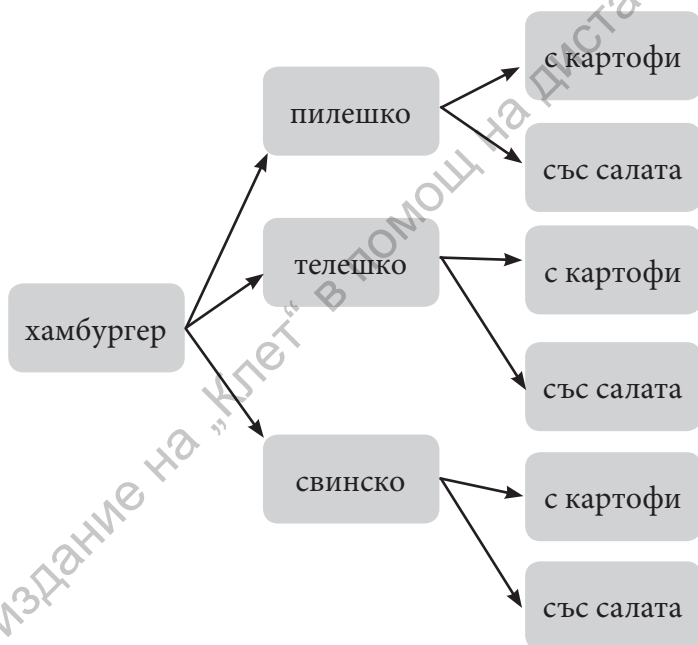
36 ЗАДАЧИ ЗА БРОЕНЕ

1 Даниела трябвало да купи три различни вида плодове. В магазина продавали портокали, банани, ягоди и кайсии. По колко различни начина Даниела може да подбере три вида плодове от магазина?

Решение Да въведем следните означения: портокали – n , банани – b , ягоди – $я$, кайсии – $к$. Да изброим възможностите: $n, b, я$; $b, я, к$; $я, к, n$; $n, б, к$.

2 В павилион се продават хамбургери с три вида месо: пилешко, телешко и свинско. Всеки хамбургер включва и гарнитура от картофи или салата. Колко различни вида хамбургери се продават в павилиона?

Решение Ще построим т.нар. граф – дърво (или дърво на възможностите).



Така получаваме общо 6 вида хамбургери.

3 В малък ресторант за обяд се предлагат два вида супа, три вида основно ястие и три вида десерт. Колко различни обяда, съдържащи супа, основно ястие и десерт, се предлагат в ресторанта?

Решение | Задачата ще решим, като отново построим граф – дърво.




Получихме 12 различни обяда.

4 | Ели има в гардероба си следните аксесоари: два часовника, три гривни и три пръстена. За тържество иска да носи два от тях. По колко начина може да ги избере?

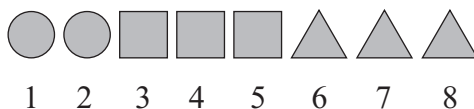
Решение | Да въведем следните означения:

Часовник 

Гривна 

Пръстен 

Аксесоарите може да означим така:



За тържеството Ели може да направи следните избори:

1,2 1,3 1,4 1,5 1,6 1,7 1,8
 2,3 2,4 2,5 2,6 2,7 2,8
 3,4 3,5 3,6 3,7 3,8
 4,5 4,6 4,7 4,8
 5,6 5,7 5,8
 6,7 6,8
 7,8

Това са $7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28$ различни възможности.

5 Лисицата има жълто, оранжево и кафяво лисиче. Избройте всички възможности за пола на малките. Колко са възможностите две от тях да са от мъжки и едно от женски пол?

Решение | Да съставим следната таблица.

№ по ред	Жълто	Оранжево	Кафяво
1	Мъжки пол	Мъжки пол	Мъжки пол
2	Мъжки пол	Мъжки пол	Женски пол
3	Мъжки пол	Женски пол	Мъжки пол
4	Мъжки пол	Женски пол	Женски пол
5	Женски пол	Мъжки пол	Мъжки пол
6	Женски пол	Мъжки пол	Женски пол
7	Женски пол	Женски пол	Мъжки пол
8	Женски пол	Женски пол	Женски пол

В таблицата са изброени всички възможности за пола на трите лисичета. В три от общо осем възможности две от лисичетата са от мъжки пол, а едно от женски.

ОПИТАЙ САМ

6 За участие в конкурс за изпълнители всеки участник трябва да избере по една песен от следните видове: рок, поп и кънтри. Предоставена е възможност за избор от 3 рок, 4 поп и 2 кънтри песни. По колко възможни начина един участник може да направи своя избор за изпълнение?

7 Петя искала да подготви букет с цветя, в който има роза, хризантема и лале. По колко начина може да го направи, ако има на разположение 3 рози, 3 хризантеми и 4 лалета?

8 В кутия се съдържат сладкиши: 4 – с ванилия, 3 – с шоколад и 5 – с горски плодове. Митко иска да си вземе два сладкиша.

а) Колко са всички възможности за избор на два сладкиша?

б) В колко от горните случаи двата сладкиша са от горски плодове?

МОГА ПОВЕЧЕ

9 От цифрите 1, 2, 3, 4 съставете всички възможни трицифрени числа. Колко е техният брой?

10 В кутия има 2 жълти, 2 червени и 2 бели топки. Последователно се избират две топки. Ако първата е жълта, то избройте всички възможности за двете топки. В колко от тях и двете топки са жълти?

37 ДИОФАНТОВИ УРАВНЕНИЯ

1 Митко има само банкноти от 5 лева и монети от 2 лева. По колко различни начина може да заплати сметката си за телефона за месец май, която е 15 лева?

Решение Нека означим броя на монетите от 2 лева с x , а броя на банкнотите от 5 лева с y . Решението на задачата са тези стойности на x и y , за които $2x + 5y = 15$, където x и y са естествени числа. Тъй като $5y$ се дели на 5 и 15 се дели на 5, трябва $2x$ да се дели на 5. Стойността на x може да бъде само 0 или 5 ($10 \cdot 2 = 20 > 15$).

При $x = 0$, $5y = 15$, $y = 3$.

При $x = 5$, $2 \cdot 5 + 5y = 15 \Rightarrow y = 1$.

Митко може да плати с 3 банкноти от 5 лева или една банкнота от 5 лева и пет монети от 2 лева.

Задачата решихме, като използвахме уравнението $2x + 5y = 15$. Такова уравнение се нарича диофантово уравнение от името на древногръцкия математик Диофант.

При решаването на такива уравнения ще използваме свойствата на делимостта, както направихме в задача първа.

1) Ако всички събираеми се делят на дадено число, то и сборът се дели на числото.

2) Ако едно от събираемите не се дели на дадено число, то и сборът не се дели на числото.

3) Ако поне един множител в произведение се дели на дадено число, то произведението се дели на числото.

2 Докажете, че уравнението $12.x + 8.y = 91$ няма решение.

Решение | 12 и 8 се делят на 4, но 91 не се дели на 4.

Следователно уравнението няма решение.

ОПИТАЙ САМ

3 Решете уравненията.

а) $3.x + 7.y = 30$;

б) $3.x + 4.y = 16$.

4 В закувалня „Пекарна“ има само трикраки и четирикраки столчета. Намерете техния брой, ако броят на всички крака е 28.

5 В кибритена кутия има 50 клечки. Колко квадрата и колко триъгълника могат да се направят от тях, ако се използват всички клечки и триъгълниците и четириъгълниците нямат общи страни.

6 Решете уравнението.

а) $12.x + 7.y = 100$; б) $20.x + 75.y = 400$.

7 Да се докаже, че няма естествени числа x и y , за които е изпълнено:

а) $3.x + 18.y = 83$; б) $2.x + 12.y = 49$; в) $12.x + 21.y = 100$.

8 Могат ли да бъдат пакетирани 200 kg картофи в чували по 10 kg и по 15 kg?

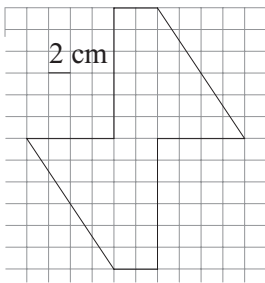
9 Ирина има 18 лева, с които иска да си купи тетрадки на цена 4 лева и химикал от 3 лева. Колко тетрадки и колко химикала може да си купи Ирина, като използва цялата сума?

10 В гараж са паркирани няколко автомобили и мотоциклети. Да се намери броят на автомобилите и на мотоциклетите, ако общият им брой е по-малък от 25, а броят на колелата им е 80.

11 Лента с дължина 1 m трябва да бъде нарязана на части с дължини 7 cm и 15 cm. По колко лентички от всеки вид се получават?

38 ЗАДАЧИ ОТ ЛИЦА НА ФИГУРИ

1 Намерете лицето на фигурата.



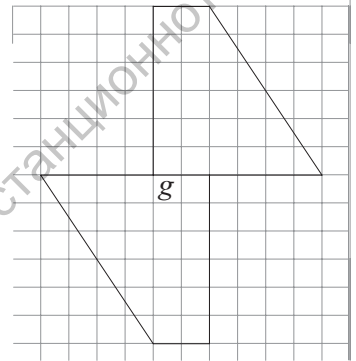
Решение Чрез хоризонтални и вертикални отсечки трябва да се раздели дадената фигура на части, които са познати геометрични фигури. Елементите, които са необходими за пресмятане на лицето, трябва да могат точно да се намерят.

I начин:

Чрез отсечката g фигурата е разделена на два еднакви трапеца. Голямата основа е $6.2 \text{ cm} = 12 \text{ cm}$, а малката е $2.2 \text{ cm} = 4 \text{ cm}$. Височината е $6.2 \text{ cm} = 12 \text{ cm}$.

Тогава лицето на фигурата е:

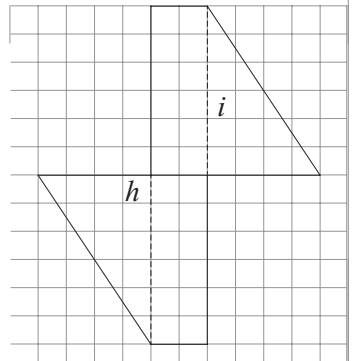
$$S_{\phi} = 2 \cdot S = 2 \cdot \frac{(12 + 4) \cdot 12}{2} = 192 \text{ cm}^2$$



II начин:

Чрез отсечките i и h фигурата е разделена на два еднакви триъгълника и един правоъгълник.

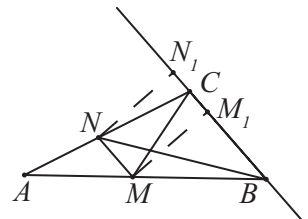
$$S_{\phi} = 2 \cdot S_{\Delta} + S_{\square} = 2 \cdot \frac{8 \cdot 12}{2} + 4 \cdot 24 = 192 \text{ cm}^2$$



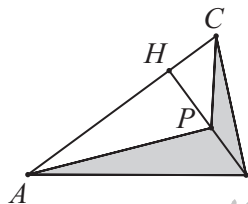
2 Построена е права p , която е успоредна на страната BC на триъгълника ABC . Тя пресича AB в точка M и AC в т. N . Ако $S_{\Delta ABN} = a \text{ cm}^2$ и $S_{\Delta CBM} = b \text{ cm}^2$, намерете лицето на ΔABC .

Решение ΔBCM и ΔBCN имат обща страна BC . Може да се построят перпендикуляри от M и N към BC . Тогава MM_1 и NN_1 са височини в разглежданите триъгълници.

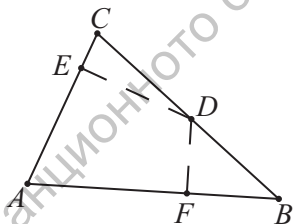
От условието на задачата BC и MN са успоредни \Rightarrow разстоянието между тях е едно и също във всички точки $\Rightarrow MM = NN$



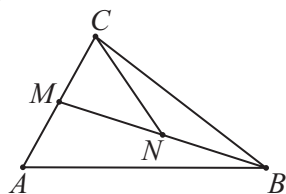
- 6 Отсечката BH е височина в $\triangle ABC$. Върху нея е взета точка P , такава, че $BP = 3$ cm, а $HP = 5$ cm. Страната AC е 14 cm. Намерете лицето на заштрихования четириъгълник $ABCP$.



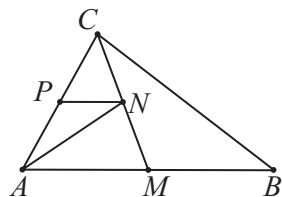
- 7 Точка D е от страната BC на $\triangle ABC$. Разстоянията от нея до страните AB и AC са съответно 2 cm и 3 cm. Ако $AC = 8$ cm, а $AB = 9$ cm, намерете височината на $\triangle ABC$ през върха B .



- 8 Точка M е среда на страната AC на $\triangle ABC$, а N е среда на отсечката BM . Ако лицето на $\triangle MNC$ е 4 cm², намерете лицето на $\triangle ABC$.



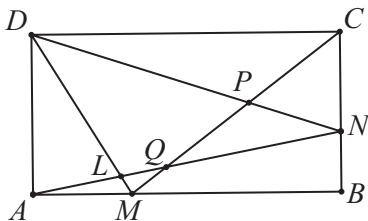
- 9 Точка M е среда на страната AB на $\triangle ABC$, N е среда на CM , а P е среда на AC . Ако лицето на $\triangle APN$ е 3 cm², намерете лицето на $\triangle ABC$.



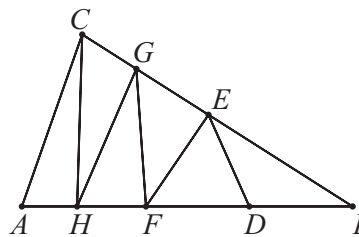
МОГА ПОВЕЧЕ

- 10 $ABCD$ е правоъгълник. Върху страната AB е взета произволна точка M , а върху BC – т. N . Отсечката AN пресича DM и CM съответно в точки L и Q . Отсечката DN пресича CM в точка P . Докажете, че:

- а) $S_{\triangle AND} = S_{\triangle DCM}$;
 б) $S_{\triangle LMQ} + S_{\triangle DPC} = S_{\triangle ALD} + S_{\triangle PQN}$.

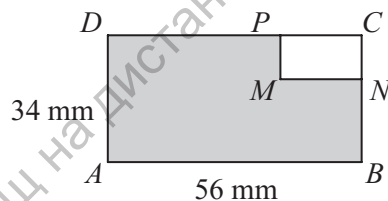


- 11** Върху страната AB на $\triangle ABC$ са взети точки D, F и H , а върху AC – точките E и G . AB има дължина $19,2$ cm, а BC е 15 cm. Ако триъгълниците AHC, CHG, HFG, GFE, FDE и DBE имат равни лица, то намерете дължините на AH и CG .



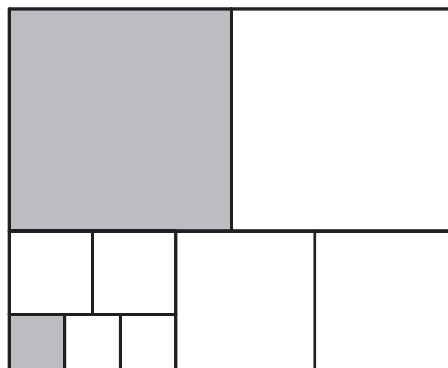
39 ПОКРИВАНЕ И РАЗРЯЗВАНЕ

- 1** От правоъгълника $ABCD$ е изрязан правоъгълник $MNCP$. По данните от чертежа намерете обиколката на получената фигура.



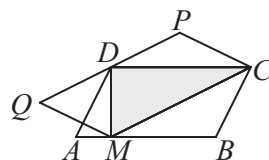
Решение | Ако заменим отсечки MN и PM съответно с техните равни отсечки PC и CN , стигаме до извода, че обиколката на дадения правоъгълник и обиколката на получената фигура са равни. Тогава обиколката на фигурата е $2 \cdot (56 + 34) = 2 \cdot 90 = 180 \text{ mm} = 18 \text{ cm}$.

- 2** Плоскост с правоъгълна форма трябва да бъде нарязана на квадрати. Определете лицата на квадратите, ако обиколката на най-малкия е 12 dm , а на най-големия е 48 dm .



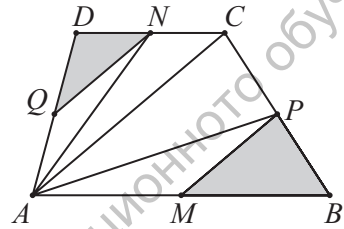
Решение | Трите най-малки квадрата имат страна $12:4 = 3 \text{ dm}$. Тогава следващите по големина два квадрата имат страна $(3 \cdot 3):2 = 4,5 \text{ dm}$. Страната на следващите по големина два квадрата е $3 + 4,5 = 7,5 \text{ dm}$, а на големите два квадрата – $48:4 = 12 \text{ dm}$. Лицата им съответно са 9 dm^2 ; $20,25 \text{ dm}^2$; $56,25 \text{ dm}^2$ и 144 dm^2 .

- 3** Дадени са успоредниците $ABCD$ и $MCPQ$. Ако лицето на успоредника $ABCD$ е 25 cm^2 , намерете лицето на успоредника $MCPQ$.



Решение | Тъй като успоредникът $ABCD$ и триъгълникът MCD имат обща страна CD и равни височини към тази страна, то лицето на триъгълника MCD е $25:2 = 12,5 \text{ cm}^2$. Успоредникът $MCPQ$ и триъгълникът MCD имат обща страна MC и равни височини към тази страна, тогава лицето на успоредника $MCPQ$ е два пъти по-голямо от лицето на триъгълника MCD и е равно на 25 cm^2 .

4 | Даден е трапец $ABCD$. Средите на основите AB и CD са точките M и N , а средите на бедрата AD и BC – точки Q и P . Основата AB е два пъти по-голяма от основата CD . Вярно ли е, че лицето на триъгълник QND е два пъти по-малко от лицето на триъгълник BMP ?

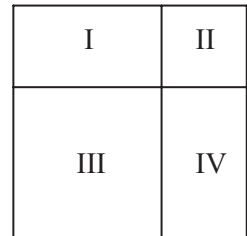


Решение | Отсечката QN е медиана в триъгълник AND и $S_{AND} = 2 \cdot S_{QND}$. В триъгълника ACD отсечката AN е медиана и $S_{ACD} = 2 \cdot S_{AND} = 4 \cdot S_{QND}$. Триъгълниците ACD и ABC имат височини към страните CD и AB , равни на височината на трапеца, и $AB = 2 \cdot CD$. Тогава $S_{ABC} = 2 \cdot S_{ACD} = 8 \cdot S_{QND}$. И тъй като AP и MP са медиани в триъгълниците ABC и ABP , получаваме

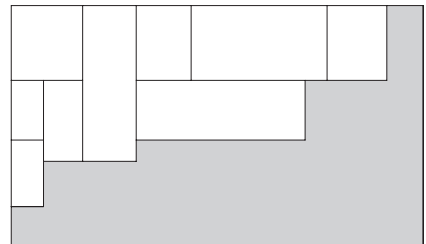
$S_{MBP} = \frac{1}{2} \cdot S_{ABP} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot S_{ABC} \right) = \frac{1}{4} \cdot (8 \cdot S_{QND}) = \frac{1}{2} \cdot S_{QND}$. Лицето на триъгълник QND е два пъти по-малко от лицето на триъгълник BMP .

ОПИТАЙ САМ

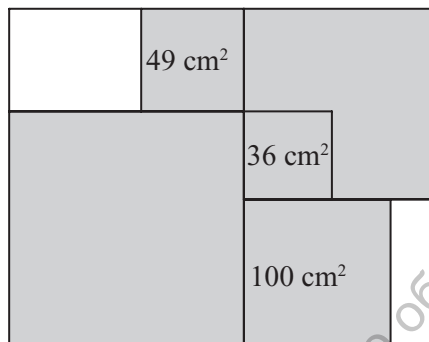
5 | Квадрат е разрязан на четири правоъгълника, както е показано на фигурата. Докажете, че сборът от обиколките на правоъгълниците I и IV е равен на сбора от обиколките на правоъгълниците II и III.



6 | От правоъгълен лист хартия с дължина 20 cm и широчина 14 cm са изрязани няколко правоъгълника, както е показано на фигурата. Намерете обиколката на останалата оцветена част от листа.

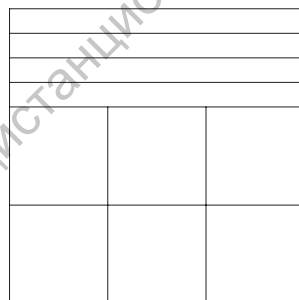


- 7 Правоеъгълен лист е разделен на квадрати. На три от тях лицата са 100 cm^2 , 36 cm^2 и 49 cm^2 . Намерете обиколките и лицата на двата останали от делението на листа правоъгълника.

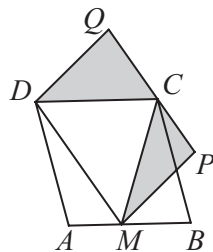


МОГА ПОВЕЧЕ

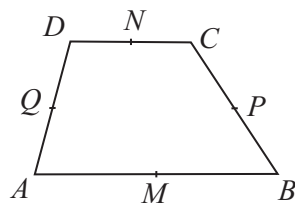
- 8 Квадрат е разрязан на 6 еднакви квадрата и 4 еднакви правоъгълника, както е показано на чертежа.
- а) Ако лицето на един от съставните квадрати е 16 cm^2 , намерете обиколката на един от правоъгълниците.
- б) Ако лицето на един правоъгълник е 48 cm^2 , намерете лицето на дадения квадрат.



- 9 Дадени са успоредниците $ABCD$ и $MPQD$. Ако сборът от лицата на триъгълниците DCQ и MPC е 40 cm^2 , намерете лицето на успоредника $ABCD$.

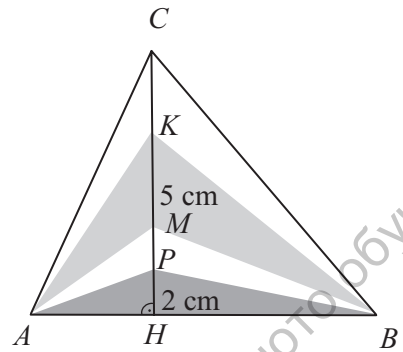


- 10 Даден е трапец $ABCD$. Средите на основите AB и CD са точките M и N , а средите на бедрата AD и BC – точките Q и P .



- а) Ако лицето на трапеца е 10 cm^2 , намерете лицето на четириъгълника $AMND$.
- б) Ако лицето на триъгълник AMP е 4 cm^2 , намерете лицето на триъгълник BMC .
- в) Ако лицата на триъгълниците MND и MQD са съответно 4 cm^2 и 6 cm^2 , намерете лицето на трапеца $ABCD$.

11 В триъгълника ABC е построена височината $CH = 12$ cm. Точките P , M и K са от височината и $HP = 2$ cm и $MK = 5$ cm. Ако лицето на триъгълника е 36 cm², намерете сбора от лицата на оцветените фигури.



40 ТАБЛИЦИ, ГРАФИКИ, ДИАГРАМИ. ОБЩИ ЗАДАЧИ

1 През лятната ваканция Ани посетила 5 исторически забележителности. Тя си направила снимки и селфи, които публикувала в профила си в социалните мрежи. Ани направила повече снимки, но публикувала само някои от тях. От Асеновата крепост (край Асеновград) публикувала 8, от направени 20, от Бабини Видини кули (Видин) – 10, от направени 32, а от Царевец (Велико Търново) публикувала всички направени 18 снимки. От Стария Пловдив (Пловдив) – 15 (снимани 18) и от етнографския комплекс „Етъра“ (Габрово) – 13 (снимани 16).

а) Подредете данните в таблица.

б) Какъв процент от направените снимки на всеки обект е публикувала Ани?

в) Начертайте точкова диаграма на направените снимки и правоъгълна диаграма на публикуваните снимки, като върху абсцисната ос означите посетените обекти, а върху ординатната ос – броя снимки.

Решение | а) и б)

Посетен обект	Асенова крепост	Бабини Видини кули	Царевец	Стария Пловдив	„Етъра“
Брой публикувани снимки	8	10	18	15	13
Брой направени снимки	20	32	18	18	16
Процент публикувани снимки	40	31,25	100	83,(3)	81,25

За да намерим какъв процент от направените снимки на Асеновата крепост е публикувала Ани, най-напред да намерим каква част от тях е публикувала.

8 снимки от 20 са $\frac{8}{20}$ части. Тогава $\frac{8}{20}$ от 100% са $\frac{8}{20} \cdot 100 = 40\%$ са публикуваните от Асеновата крепост снимки. Аналогично публикуваните

снимки от Бабини Видини кули са $\frac{10}{32} \cdot 100 = 31,25\%$. От Царевец са публикуваните

кувани всички снимки, така че, без да пресмятаме, можем да отговорим, че са публикувани 100% от снимките. От Стария Пловдив са публикувани $\frac{15}{18} \cdot 100 = 83,3(3)\%$ и от „Етъра“ – 81,25%.

в) Точкова диаграма



Правоъгълна диаграма



2 За новогодишния празник на 5. а клас Ангел и Ники прослушали различни музикални изпълнения и подбрали такива от различни жанрове. Броят им е илюстриран на линейната диаграма.



а) Представете в таблица по жанрове броя на избраните музикални изпълнения.

б) Определете любимия жанр музика на двамата петокласници.

в) Колко % от всички изпълнения са любимите им?

Решение а)

Музикален жанр	Рок	Диско	Техно музика	Поп музика	Българска народна музика
Брой изпълнения	6	5	2	4	3

б) Любимият жанр музика на момчетата е рок, защото са избрали най-много изпълнения от жанра рок.

в) Всички изпълнения са 20, а рок изпълненията – 6. Последните са $\frac{6}{20}$

части от всички изпълнения. За да намерим какъв процент са горните части, разширяваме дробта до знаменател 100, като умножим числителя и знаменателя по 5. Получаваме $\frac{6}{20} = \frac{30}{100}$. Следователно изпълненията от любимия им жанр са 30%.

3 В таблицата е представен превозът на пътници в Европейския съюз с въздушен транспорт от 2008 г. до 2014 г.

Година	Въздушен транспорт
2008	799 024 981
2009	752 512 652
2010	778 324 669
2011	822 830 045
2012	828 160 763
2013	842 219 926
2014	876 884 771

а) Каква е тенденцията при използване на въздушен транспорт от гражданите на Европейския съюз от 2009 г. до 2014 г.? Запазва ли се тенденцията, ако включим и 2008 г.?

б) Представете с линейна диаграма и с правоъгълна диаграма данните от таблицата.

в) Намерете процента на пътниците през 2014 г. от всички пътували през периода от 2008 г. до 2014 г.

Решение

а) От таблицата се вижда, че в периода от 2009 г. до 2014 г. тенденцията е броят на пътниците да се увеличава. Ако в разсъжденията включим и 2008 г., тази тенденция е нарушена в началото, тъй като през 2009 г. и 2010 г. са пътували по-малко хора в сравнение с 2008 г.

б) Линейна диаграма

Правоъгълна диаграма



в) За да намерим процента на пътувалите през 2014 г., най-напред намираме всички пътували през периода от 2008 г. до 2014 г. Събираме горните данни и получаваме общо

5 699 957 807 пътници. След това намираме каква част са пътниците през 2014 г.: $\frac{876884771}{5699957807}$ и накрая определяме процентите, като умножим по 100. Резултата записваме като десетична дроб, която закръгляваме до втори знак след десетичната запетая и получаваме 15,38%.

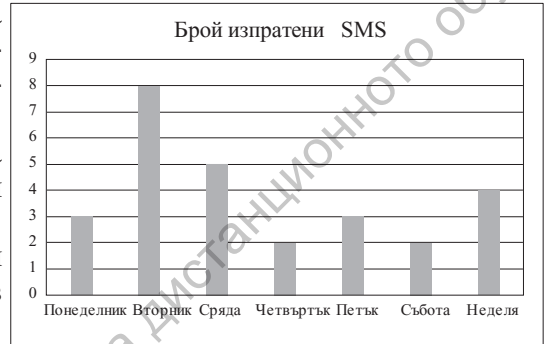
ОПИТАЙ САМ

4 На чертежа е дадена диаграма на изпратените текстови съобщения от Митко през последната седмица.

а) По графиката съставете таблица за броя на изпратените текстови съобщения.

б) В кой от дните Митко е изпратил най-много текстови съобщения и в кой – най-малко?

в) Колко лева дължи Митко на мобилния оператор, ако в тарифния му план няма безплатни текстови съобщения, а всяко от тях се заплаща по 12 стотинки?



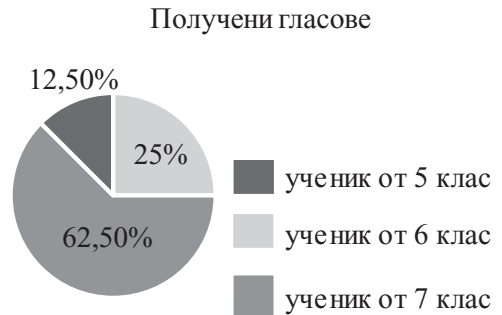
5 За председател на ученическият съвет се кандидатирали по един ученик от 5., 6. и 7. клас. На изборите участвали 480 ученици. Претендентите спечелили посочените на кръговата диаграма проценти от всички гласове.

а) Колко ученици са гласували за представителите на 5., 6. и 7. клас?

б) Съставете таблица с получените резултати.

в) Колко гласа повече е спечелил ученикът, класиран на първо място, от този, класиран на второ?

г) Колко процента от гласовете на първия класиран са гласовете на третия?



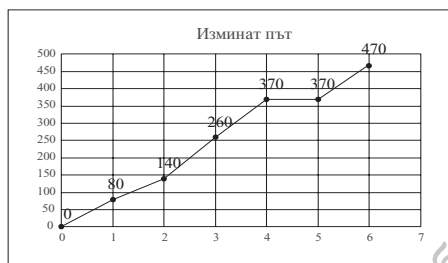
6 Автомобил се движил от пункт *A* до пункт *B* с непостоянна скорост. На линейната диаграма е изобразено движението му. На абсцисната ос е посочено времето на движение в часове, а на ординатната ос – изминатият път в километри.

а) Колко часа се е движил автомобилът?

б) Колко километра е изминал автомобилът?

в) Каква е скоростта на движение през петия час?

г) Колко километра е изминал автомобилът след третия час?



МОГА ПОВЕЧЕ

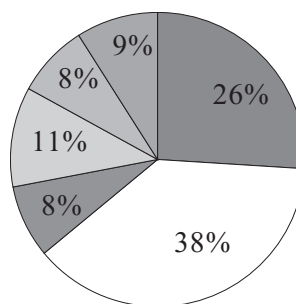
7 Населението на Европейския съюз (ЕС) е 508 450 856 души. В таблицата са дадени някои от страните – членки на ЕС, общият брой на населението в тези страни и процентът от общото население. Попълнете празните места, като закръглите процентите до втори знак след десетичната запетая.

Държава	Общ брой население на страната	% от населението на ЕС
България	7 202 198	
Испания		9,14
Франция	66 415 161	
Гърция		2,14
Люксембург	562 958	
Германия		15,97

8 В кръговата диаграма е посочен процентният дял на произведените изделия в един сладкарски цех.

а) Отбележете в диаграмата на съответното място вида на изделията, ако те са баници – 26%; кифли – 38%; курабии – 8%; меденки – 11%; соленки – 8%; дребни сладки – 9%.

б) Общото количество изделия е 255 kg дневно. Пресметнете колко килограма дневно се произвеждат от всеки вид.



1. Естествени числа. Действия с естествени числа. Аритметични ребуси

10. а) 537 216; б) 20 531; в) 4 023 703. 11. а) 15 и 81; б) 81 и 198; в) 198; г) 81, 198 и 304. 12. а) 90, 91 и 92; б) 100 014, 100 015 и 100 016; в) 89 099, 89 100 и 89 101. 13. а) 112 114; б) 641 937; в) 1188. г) Упътване: $253 - 183 + 402 - 282 = (253 - 183) + (402 - 282)$. 14. а) 1183; б) 45 291; в) 87 240; г) 711; д) 315; е) 108. 15. а) 200 000; б) 6258; в) Отг. 9000; Упътване: $813.3.5 - 1065.3 = 3. (813.5 - 1 065)$. 16. Ева дала на продавачката 5 монети по 1 лев. 17. 45. 18. 100. 19. 55.

20.

4	1	4
1		1
4	1	4

21. I решение

		.	.	.
				.
.				.
.				
.	.	.		

II решение

		.	.	.
.				
.				.
.				
		.	.	.

22.

4	1	4
1		1
4	1	4

23. Упътване: $(19 + 31).3$; Отг. 150. 24. Сумата на $C + C$ дава последна цифра 2. Това е възможно в два случая: при $1 + 1$ и при $6 + 6$. Първата възможност е $C = 1$. От $V + A = 8$ и $A + V = 7$ следва, че това е невъзможно. Остава $C = 6$. Тогава $C + C = 12$ и имаме 1 наум. Следователно $A + V = 7$. За A и V има две възможности: $A = 3, V = 4$ и обратно $A = 4, V = 3$. Получихме две решения за ABC : 346 и 436. 25. Решение: Ако a е 4 или по-голяма цифра, сумата ще надхвърли 400. Следователно a може да приема стойности 1, 2, 3. Ако $a = 1, b$ трябва да бъде голяма цифра, за да може сумата да стане 350. Всяко събираемо представяме чрез разредни единици: $\overline{abc} = 100.a + 10.b + c$ и $\overline{ba} = 10b + c$. Но ако $b = 9$, сумата е $(100 + 90 + c) + (90 + 1) + 1$. Най-голямата цифра, която може да бъде c е 8, и тогава $290 < 350$. Следователно a може да бъде 2 или 3. I случай: $a = 2$, тогава b трябва да бъде голяма цифра. Ако $a = 2$ и $b = 9$, сборът е по-голям от 350, независимо колко е c . Ако $a = 2$ и $b = 8$, отново сборът е по-голям от 350, независимо колко е c . Ако $a = 2$ и $b = 7$, сборът е $(200 + 70 + c) + (70 + 2) + 2 = 344 + c$. Тогава $c = 6$ и 276 е едно решение. Ако $a = 2$ и $b = 6$ или по-малко, то сумата не може да стигне 350 за никое c . II случай: $a = 3, b$ трябва да бъде малка цифра. Ако $a = 3$ и $b = 1$, сборът е $336 + c$ и той не може да е 350 за никоя стойност на c . Ако $a = 3$ и $b = 2$, сборът е $346 + c$ и следователно $c = 4$. Числото 324 е решение. Ако $a = 3$ и $b > 2$, сумата надхвърля 350 независимо от c . Отг. 276 и 324

2. Намиране на неизвестно число. Текстови задачи

7. б) 78 338 750 km; в) 50 299 750 km; г) 720 502 851 km. 8. 77 063 km². 9. 2838. 10. 62 милиарда евро. 11. 96 km/h. 12. 26 200. 13. 392. 14. а) I велосипедист – 30 km/h, II велосипедист – 42 km/h; б) 72 km/h. 15. а) 1 510 km; б) 148 km; в) Решение: Дунав и Марица – 792; Искър и Тунджа – 718; следователно сборът от дължините на реките Дунав и Марица е по-голяма. 16. 28 930. 17. 497 kg. 18. 1143 kg. 19. 16. 20. а) 3 – дребен дивеч, едър дивеч и хищници; б) 758 700; в) 161 700; г) най-много са зайците – 388 500, най-малко са мечките – 1099; д) 1 027 399.

3. Геометрични фигури

15.

AB	15 m	25 dm	34 cm	82 mm
BC	22 m	27 dm	38 cm	105 mm
CA	23 m	32 dm	19 cm	48 mm
P	60 m	84 dm	91 cm	235 mm

16.

AB	13 dm	12 cm	25 mm	23 m
BC	15 dm	16 cm	23 mm	19 m
CA	15 dm	16 cm	23 mm	19 m
P	43 dm	44 cm	71 mm	61 m

17. 100 dm^2 . 18. 48 m. 19. дължина – 11 mm, лице – 594 mm^2 . 20. 30 cm. 21. 25 cm^2 . 22. 36 cm. 23. 403 cm^2 . 24. 380 cm^2 .

25.

AB	15 cm	21 m	13 cm
BC	12 cm	7 m	18 cm
P	54 cm	56 m	62 cm
S	180 cm^2	147 m^2	234 cm^2

26.

Фигура	1	2
Обиколка	34 cm	38 cm
Лице	24 cm^2	38 cm^2

27. 45° .

Входно ниво

Вариант 1. 1. в. 2. б. 3. а. 4. г. 5. а. 6. б. 7. 241. 8. 48. 9. 127. 10. 359. 11. 19 cm.

Вариант 2. 1. г. 2. б. 3. в. 4. а. 5. а. 6. б. 7. 290. 8. 54. 9. 214. 10. 325. 11. 128 cm.

4. Делимост на числата. Свойства

6. а) не; б) да; в) да; г) да. 7. г. 8. а. 9. г. 10. 13. 11. в. 12. 8, 16, 24, 32, 40, 48. 13. г.

14. $b = 7$, $q = 11$ или $b = 11$, $q = 7$. 15. 576.

5. Признаци за делимост на 2, 3, 4, 5, 9 и 10

4. а) 1248, 1242, 5050 и 180; б) 575, 7245, 1305, 125, 5050 и 180; в) 5050 и 180; г) 213, 1248, 7245, 1305, 27 783, 1242 и 180; д) 1248, 1242 и 180. 5. а) $a26b$, $a + b = 1$ или 4, или 7, или 10, или 13, или 16, $a \neq 0$. б) $a + b = 1$ или 10, $a \neq 0$. 6. 2160, 2166. 7. 12 304, 12 324, 12 344, 12 364, 12 384. 8. 5175, 5571, 5274, 5472, 5373, 5778, 5877, 5976, 5679. 9. 9996. 10. 1008. 11. 4. 13. 3 или 9. 14. 7155, 7551, 7254, 7452, 7353, 7758, 7857, 7956, 7659. 15. 20. 16. 9108.

6. Прости и съставни числа

7. 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149. 8. г. 9. $6 = 2 + 2 + 2$, $13 = 7 + 3 + 3$, $25 = 17 + 5 + 3$; 10. $43\ 680 = 13 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16$; 11. г. 12. в. 13. в. 14. 2,5 и 17. 15. 15.

7. Общи делители и общо кратно

6. а) не; б) не; в) не; г) да. 7. а) да; б) не; в) да; г) да. 8. 127 530, 127 575, 301 275 и всички числа от вида $ab1275$, за които $a + b = 3$ или $a + b = 12$ и $a \neq 0$; 9. 57 384, 52 380 и 53 388. 10. 7 и 64. 11. 105 и 30. 12. 483. 13. 61. 14. 25. 15. 37.

8. Делимост на числата. Общи задачи

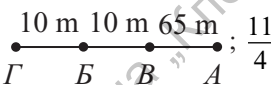
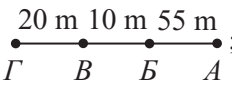
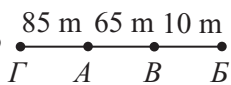
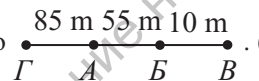
4. 102. 5. 40 и 48. 6. 5175. 7. а) 2130, 5130, 8130, 3135, 6135, 9135; б) 201. 8. 243. 9. 5 и 2. 10. След 34 дни. 11. 36. 12. 5039. 13. 144. 14. Решение: Ако a, b, c и d са различни, то $6 - a, 6 - b, 6 - c$ и $6 - d$ също са различни. Тъй като $24 = 1.2.3.4 \Rightarrow 6 - a = 1, 6 - b = 2, 6 - c = 3$ и $6 - d = 4 \Rightarrow a = 5, b = 4, c = 3$ и $d = 2 \Rightarrow 5 + 4 + 3 + 2 = 14$.

9. Тест – делимост

1. а. 2. г. 3. в. 4. б. 5. г. 6. б. 7. 10 236. 8. 12. 9. 4. 10. 25. 11. 30 или 90.

10. Обикновена дроб. Свойства на обикновените дроби

6. в. 7. а) 1; 2; б) 1; 2; 3; в) 1; 2; 3; 4; 5. 8. Осем: $\frac{1}{8}; \frac{2}{7}; \frac{3}{6}; \frac{4}{5}; \frac{5}{4}; \frac{6}{3}; \frac{7}{2}; \frac{8}{1}$, 4 от тях са правилни. 9. $\frac{42}{12}; \frac{42}{42}; \frac{42}{72}; \frac{48}{12}; \frac{48}{42}; \frac{48}{72}$, две правилни и 3 са по-големи от 1. 10. 4. 11. $\frac{1}{5}$. 12. $\frac{3}{4}$. 13. а) $\frac{1}{5}$; б) $\frac{31}{100}$; в) $\frac{264}{25}$; г) $\frac{7101}{500}$. 14. а) $\frac{293}{12}$; б) $\frac{47}{20}$; в) $\frac{41}{225}$. 15. а) $\frac{24}{1}$; б) $\frac{5251}{500}$; в) $\frac{51}{125}$.

16. $\frac{15}{4}$, ако ; $\frac{11}{4}$, ако ; $\frac{1}{2}$, ако 
 $\frac{11}{30}$, ако . (C A, B, B и G са означени къщите съответно на Ани, Боян, Вили и Габи.)

17. $\frac{2}{5}$. 18. $\frac{1}{27}; \frac{5}{27}$.

11. Привеждане на обикновени дроби към общ знаменател. Сравняване

7. $\frac{23}{1226} < \frac{61}{3065}$. 8. 90 300. 9. Втората. 10. Третата; 200 min. 11. Да $\left(\frac{5}{12} > \frac{2}{5}\right)$ 12. $\frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}$ и $\frac{7}{8}$. Упътване. Търсените дроби имат вида $\frac{m}{1}, \frac{m}{2}, \frac{m}{3}, \dots, \frac{m}{9}$, където m е естествено число.

ло. Например да вземем $\frac{m}{7}$. Ако има такава дроб с исканото условие, то $\frac{7}{9} < \frac{m}{7} < \frac{8}{9}$, т.е.

$\frac{7.7}{9.7} < \frac{m.9}{7.9} < \frac{8.7}{9.7}$. Тогава $m = 6$, а търсената дроб е $\frac{6}{7}$. 13. $\frac{1}{2}$. 14. $\frac{1}{3}$. Упътване. Дадените дроби са по-малки от $\frac{2}{3}$, тогава единствено решение може да е числото $\frac{1}{3}$. За да се уверим в това е достатъчно да проверим, че $6.3.17 < 17.19 < 6.3.19$

12. Събиране и изваждане на обикновени дроби с равни знаменатели

8. а) $\frac{1}{4}$; б) $\frac{3}{4}$. 9. а) $\frac{9}{8}$; б) $\frac{2}{13}$; в) 5; г) $\frac{31}{20}$. 10. $a = b = \frac{10}{23}$. 11. а) $\frac{5}{12}$; б) $\frac{2}{3}$. 12. а) $\frac{9}{31}$; б) $\frac{20}{11}$. 13. 2. 14. $\frac{9}{5}$. 15. $a = \frac{5}{6}, \frac{2}{3}$. 16. $\frac{1}{5}$. 17. $\frac{17}{11}$ L.

13. Събиране и изваждане на обикновени дроби с различни знаменатели

6. а) $M = N$; б) $M = N$. 7. а) $\frac{17}{1908}$; б) $\frac{106}{107}$; в) $\frac{1}{2862}$; г) $\frac{107}{2862}$. 8. а) $\frac{1}{9}$; б) $\frac{17}{9}$; в) $\frac{2}{5}$; г) $\frac{10}{21}$; д) 2; е) $\frac{1}{24}$. 9. а) $\frac{33}{20}$; б) $\frac{1}{36}$; в) $\frac{3}{10}$; г) $\frac{7}{6}$. 10. а) $A > B$; б) $A < B$. 11. а) $\frac{101}{102}$; б) $\frac{1}{30}$. 12. $\frac{1}{3}$. 13. $\frac{47}{250}$. 14. Третия ден, за 3 дни. 15. $\frac{2}{9}$.

14. Смесени числа. Събиране и изваждане на смешени числа

5. а) вярно; б) вярно; в) вярно; г) не е вярно. 6. а) $3\frac{137}{147}$; б) $5\frac{31}{36}$. 7. а) $192\frac{293}{305}$; б) $10\frac{1}{2}$; в) $9\frac{5}{7}$; г) $32\frac{23}{42}$; д) $1\frac{4}{7}$. 8. а) $8\frac{1}{3}$; б) $1\frac{7}{10}$; в) $3\frac{2}{5}$; г) $1\frac{13}{42}$; д) 5. 9. $A < B$. 10. $7\frac{61}{75}$. 11. а) $\frac{5}{36}$; б) $3\frac{3}{10}$. 12. $4\frac{1}{4}$. 13. а) $2\frac{13}{20}$; б) $\frac{29}{60}$; в) $\frac{7}{20}$; г) $2\frac{1}{6}$. 14. $1\frac{19}{40}$. 15. $3\frac{13}{33}$ cm. 16. $115\frac{11}{18}$ km.

15. Умножение на обикновени дроби. Свойство на умножението

8. а) $13\frac{3}{10}$; б) $52\frac{1}{7}$; в) $7\frac{13}{15}$. 9. а) 1; б) 1; в) 3; г) 8. 10. $A > B$ ($A = 1\frac{23}{25}, B = 1\frac{91}{100}$) 11. $\frac{6}{11}$. 12. $\frac{1}{2}$. 13. $4789\frac{2}{5}$ лв. 14. 138 km. 15. $59\frac{5}{8}$ cm². 16. $94\frac{1}{2}$ cm, 319 cm².

16. Реципрочна дроб. Деление на обикновени дроби

6. а) $6\frac{1}{9}$; б) $\frac{3}{10}$. 8. а) $4\frac{7}{9}$; б) 9. 9. а) 2 б) $\frac{5}{16}$. 10. а) 3; б) 1; в) $\frac{2}{3}$. 11. $73\frac{1}{2}$ ($a = 75, x = 1\frac{1}{2}$).

17. Част от число. Намиране на число по дадена част от него

6. $1\frac{1}{2}$ лв., 1 лв., $7\frac{1}{2}$ лв 7. а) 18 h; б) 9 h. 8. $\frac{8}{9}$. 9. $7\frac{1}{2}$ kg, 25 kg. Упътване. $\frac{4}{3}$ от теглото на

втория чувал са равни на $\frac{2}{5}$ от първия. Тогава 15 kg са $\frac{3}{5}$ от теглото на първия. 10. 27.

11. а) 12, 15 и 18. 12. 840 лв.

18. Тест „Обикновени дробни“ – 1

1. г. 2. в. 3. а. 4. а. 5. г. 6. б. 7. $\frac{1}{12}$. 8. 6. 9. $2\frac{1}{2}$. 10. $2\frac{1}{5}$.

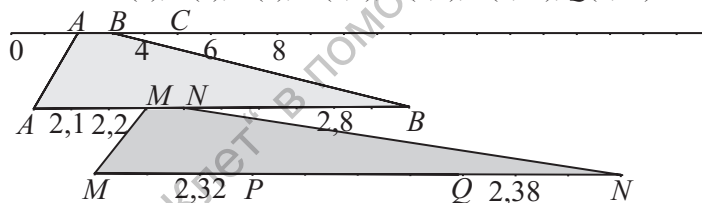
19. Тест „Обикновени дробни“ – 2

1. г. 2. в. 3. б. 4. б. 5. а. 6. б. 7. $\frac{11}{15}$. 8. $\frac{3}{5}$. 9. $2\frac{1}{3}$. 10. 6.

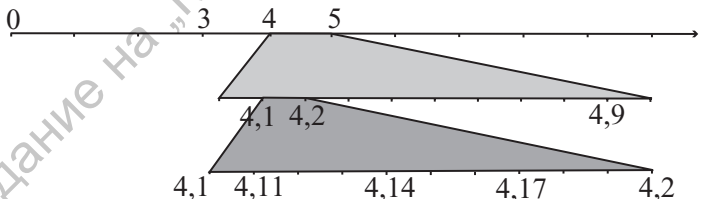
20. Десетични дробни. Сравняване на десетични дробни

4. а) <; б) <; в) >; г) <; д) <; е) <; ж) >. 5. $1\frac{25}{1000}$; 1,199; 1,205; 1,25; $\frac{1099}{100}$; 11,09; 11,99; 12,05; 12,5. 6. $\frac{65}{100}$; 0,64; 0,604; 0,46; 0,406; 0,065; 0,047; $\frac{46}{1000}$. 7. а) 2,471; б) от 0,5061 до 0,5069; в) от 4,001 до 4,009; г) от 5,991 до 5,999; д) от 10,0101 до 10,0109; е) от 9,0901 до 9,0909. 8. а) 6,78; б) 6,87; в) 7,68. 9. а) 9; б) 0 и 1; в) 0; г) всяко число и 9 или от 2 до 9 и 9; д) от 0 до 9; е) от 9 до 0. 10. A(2); B(3); C(5); M(2,3); N(2,4); P(2,33); Q(2,37).

11.



12.

**21. Събиране и изваждане на десетични дробни**

1. а) 16,146; б) 29,851; в) 20; г) 2,2; д) 10,01; е) 8,57. 2. а) 19,4; б) 27; в) 42,2; г) 44,1; д) 22,4; е) 15. 3. а) >; б) >; в) <. 4. а) 8,66 лв., 8,21 лв., 8,12 лв.; б) 7,02 m, 11,37 m, 5,26 m; в) 1, 733 kg; 2,070 kg; 3,650 kg. 5. а) 6,279; б) 0,909; в) 7,34; г) 8,41; д) 8,2; е) 23,2. 6. 126,5 kg – не. 7. 22,68 лв, остават 7,32 лв. 8. 20,98. 9. 10,59. 10. 23,3. 11. 1-во – 2,35, 2-ро – 5,678, 3-то – 0,9. 12. 8,2 m.

22. Сбор и разлика на отсечки

2. а) 2,5 cm; б) 16,5 cm. 3. а) 3,99 cm; б) 9,3 dm; в) 23,3 cm; г) 8,3 cm; д) 21dm; е) 7,8 cm. 4. 12,6 cm. 5. а) AC = 6,7 cm; б) 8,4 cm; в) 23,4 cm. 6. 0,770 km. 7. 2,4 km. 8. 95,1 km или 65,9 km. 9. 27,1 km. 10. Пътят през С. 11. 23,1 cm.

23. Събиране и изваждане на десетични дроби. Текстови задачи

1. а) 5,7 km/h; б) 8,5 km. 2. а) 18,7 km/h; б) 17,2 km. 3. 11,37 т. 4. 0,30 лв. 5. 3,906 kg. 6. 3,050 kg. 7. 1,760 т. 8. 7,649 kg. 9. а) 2,18 лв.; б) 16,27 лв.; в) 3,73 лв. 10. а) Бети; б) 25,60 лв. 11. а) с 3,70 лв.; б) с 2,80 лв.; в) поевтинели с 0,90 лв. 12. В онлайн магазин – с 1,39 лв. 13. 28,69 MB.

24. Умножение и деление на десетични дроби

1. а) >; б) >; в) =; г) <; д) >; е) <. 2. а) 1,52; б) 3,01; в) 34; г) 74,4; д) 10; е) 2,8; ж) 10; з) 1,45; и) 0,55; й) 6,5. 3. 16,02 лв. 4. а) 1,19 лв.; б) 7,20 лв. 5. 1 хим. – 1,55 лв.; 1 марк. – 1,40 лв. 6. 9. 7. 3,6 cm; S = 12,96 cm². 8. 5,2 cm; S = 27,04 cm². 9. а) 4 h 18 min; б) 4 h 48 min; в) 2 h 9 min; г) 5 h 15 min. 10. 20 h 9 min. 11. 10 h 56 min. 12. 9 h 54 min. 13. а) 57 min; б) 8,985 km. 14. 80 km/h. 15. S = 57 km; V = 47,5 km/h. 16. От А до В за 4 h 3 min, от В до А за 3 h 49 min 30 s.

25. Намиране на неизвестно число

1. 1,08. 2. $\frac{5}{8}$. 3. а) 2,92; б) 3,6; в) 2; г) 0,7; д) 1,44; е) 1,75; ж) 1,2; з) 3,336. 4. 4. 5. 13. 6. а) 17,92; б) 20,48; в) 0,3; г) 0,5. 7. I = 10,1; II = 7,5. 8. I = 5,6; II = 0,3. 9. 14,10 лв.; 7,55 лв. 10. Я = 3,5; К = 4,8; О = 2,2. 11. а) II = 9,20 лв.; С = 4,60 лв.; Р = 13,80 лв.; б) да. 12. AB = 7,2 dm BC = 5,4 dm AC = 3,6 dm.

Тема 26. Превръщане на обикновена дроб в десетична дроб.

Безкрайна периодична десетична дроб. Закръгляване

1. а) 3,4; 0,54; 1,75, 2,(7); 19,291(6); 1,(370); 0,9(4); 0,4(36); $\approx 13,16$. б) $\frac{9}{25}$; $1\frac{9}{20}$; $2\frac{3}{40}$; $1\frac{19}{20}$; $36\frac{2}{5}$; $\frac{3}{2000}$; $\frac{9}{40}$. 2. а) <; б) <; в) >; г) <. 3. а) от 0 до 4; б) от 5 до 9; в) от 0 до 4; г) от 0 до 4; д) от 5 до 9; е) от 0 до 4; ж) от 5 до 9; з) 1* = от 5 до 9; 2* = от 5 до 9. 4. а) $3\frac{1}{12}$; б) 37,5; в) $\frac{5}{9}$; г) 11,1. 5. а) 0,23; б) 9,6; в) 8,25; г) 12; д) 1,5. 6. 4 лв. 7. Вторият – 120,75 km. 8. $\approx 83,57$ km/h. 9. 3,06 km. 10. 23 да. 11. Иванов ще спечели 6 лв., а Петров 10 лв.

27. Процент. Намиране на процент от число. Намиране на число по даден процент от него

1. а) 41%; 163%; 303,3%; 670%; 0,35%; 28%; 45%; 40%; 37,5%; $1666\frac{2}{3}\%$; $1571\frac{3}{7}\%$ $1483\frac{1}{3}\%$. 2. а) 13,5; б) 43,75; в) $52\frac{4}{29}$; г) 450%; д) 32,5%; е) 5,04% или $5\frac{1}{25}\%$. 3. 33g. 4. 210 g. 5. 800 g. 6. 2%. 7. а) 3,77 лв.; б) 19%. 8. 1,50 лв. 9. 7,2%. 10. 12 500 лв. 11. 264 лв. 12. 1539 лв. 13. 34%. 14. а) 150 лв.; б) 28,50 лв.; в) 135 лв. 15. а) 3,12 лв.; б) 2,50 лв. 16. а) 35 000 лв.; б) I = 23 600 лв.; II = 43 400 лв.; в) I = 3600 лв.; II = 8400 лв.

28. Текстови задачи за десетични дроби и процент

1. а) 594 km; б) 13 h 3 min. 2. а) 1,4 h; б) 11 h 09 min; в) 5 min 36 s; 3. 775 лв. 4. 400. 5. 150; 6. 3000 лв. 7. 20 L. 8. 1250 kg. 9. 270. 10. 44%. 11. а) 87,48 лв.; б) 97,2%; в) намалена с 2,8%. 12. а) 88,56 лв.; б) 110,7%; в) увеличена с 10,7%.

29. Тест „Десетични дроби“

1. в. 2. б. 3. в. 4. а. 5. г. 6. б. 7. от 20,0201 до 20,0209. 8. 30 лв. 9. 35,1 km. 10. 2,17. 11. 625.

30. Лице на триъгълник

6. 6 cm^2 . 7. 10 cm^2 . 8. 21 cm^2 . 9. 3 cm^2 или 33 cm^2 . 11. 24 cm^2 , 12 cm^2 . 12. 24 cm^2 . 13. 18 cm^2 , 18 cm^2 . Упътване: Използвайте, че успоредникът $ABCD$ и $\triangle ABM$ имат равни височини. 14. 1 cm^2 , 3 cm^2 , 4 cm^2 . 15. 35 cm^2 .

31. Лице на успоредник и трапец

5. 3 пъти. 6. $39,6 \text{ cm}^2$. 7. 15 cm. 8. 4 cm и 8 cm. 9. 4,5 cm и 7,5 cm. 10. 3 cm. 11. 32 cm^2 и $5\frac{1}{3} \text{ cm}$ или 24 cm^2 и 3 cm. 12. 270 cm^2 и 13,5 cm. 13. 6 cm. 14. Лицето на квадрата. 15. а) $\frac{1}{6} S$; б) $\frac{1}{10} S$; в) $\frac{1}{8} S$. 16. $\frac{1}{2} S$.

32. Лице на многоъгълник

5. 48 cm^2 . 6. 20 cm^2 . 7. 343 cm^2 . 9. 0,8 cm. Упътване: Намерете $\triangle APC$ като разлика на лицата на $\triangle ABC$ и $\triangle ABP$.

33. Куб

5. 343 cm^3 . 6. 64 cm^3 . 7. 54 cm^2 . 8. $S = 88 \text{ cm}^2$, $V = 40 \text{ cm}^3$. Упътване: Повърхнината на това тяло е съставена от 22 еднакви квадратчета, всяко от които има лице 4 cm^2 . 9. $V = 125 \text{ cm}^3$. 10. 9 пъти. 11. г. 12. 27 или 64. 13. 48 cm. 14. Два пъти. Упътване: Тъй като основите на куба и паралелепипеда са еднакви, височината на паралелепипеда е 4 пъти по-малка от височината на куба, т.е. 4 пъти по-малка от ръба на куба. 15. $S = 78 \text{ cm}^2$, $V = 15 \text{ cm}^3$. 16. б. Упътване: Може да се построи куб с ръб, равен на една кибритена клечка.

34. Правоъгълен паралелепипед

5. 88 cm^2 и 104 cm^2 . 6. 8 cm. 7. 36 cm^3 . 8. а) 30 cm; б) 101 dm^2 . 9. 6 пъти. 10. 215 пакета. 11. 24 cm^3 . 12. Не се променя. 13. 3 cm, 4 cm и 5 cm. 14. 8 дни. 15. 5 cm; 4 cm; 6 cm; $S_1 = 148 \text{ cm}^2$; $V = 120 \text{ cm}^3$. Упътване: От $2(a+b) = 18$, $2(a+c) = 22$, $2(b+c) = 20 \Rightarrow a+b = 9$; $a+c = 11$; $b+c = 10$. Като съберете последните 3 равенства, получавате $2a+2b+2c = 30$, т.е. $a+b+c = 15$. Но $a+b = 9 \Rightarrow c = 6 \text{ cm}$. 16. 8 cm^3 .

35. Намиране на някои суми

5. а) 231; б) 1275; в) 2485; г) 4950; д) 506; е) 910; ж) Упътване: $99 = 2.50 - 1 \Rightarrow n = 50$. Сумата е 2500. 6. 351. 10. б) Една кибритена кутийка ще стигне за квадрат със страна 5 клечки. За квадрат със страна 6 клечки са необходими 54 клечки. Отг. 5 клечки.

36. Задачи за броене

6. Упътване: Съставете граф-дърво на възможностите. Отг. 24. 7. 36. 8. Упътване: Означете сладкишите: В1, В2, В3, В4, Ш1, Ш2, Ш3, ГП1, ГП2, ГП3, ГП4, ГП5. Пребройте възможностите за избор на два сладкиша: (В1, В2); (В1, В3); (В1, В4); (В1, Ш1)... Отг. а) 66; б) 10. 9. Упътване: Направете таблица.

Цифра на стотиците	Цифра на десетиците	Цифра на единиците
1	1	1, 2, 3, 4
	2	1, 2, 3, 4
	3	1, 2, 3, 4
	4	1, 2, 3, 4
2	1	1, 2, 3, 4
	2	1, 2, 3, 4
	3	1, 2, 3, 4
	4	1, 2, 3, 4
3	1	1, 2, 3, 4
	2	1, 2, 3, 4
	3	1, 2, 3, 4
	4	1, 2, 3, 4
4	1	1, 2, 3, 4
	2	1, 2, 3, 4
	3	1, 2, 3, 4
	4	1, 2, 3, 4

Разпишете всички трицифрени числа. Отг. Броят на всички трицифрени числа, съставени от цифрите 1, 2, 3, 4 е 64. **10.** Упътване: Да означим топките: I ж, Пж, I ч, Пч, I б, Пб. Съставете таблица.

Първа топка	Втора топка
I ж.	П ж.
I ж.	I ч.
I ж.	П ч.
I ж.	I б.
I ж.	П б.
П ж.	I ж.
П ж.	I ч.
П ж.	П ч.
П ж.	I б.
П ж.	П б.

Всички случаи са 10. В два от тях и двете топки са жълти.

37. Диофантови уравнения

3. а) $x = 3, y = 3$; б) $x = 4, y = 1$. 4. 4 трикраки и 4 четирикраки столчета или 8 трикраки и 1 четирикрако столче. 5. 11 квадрата и 2 триъгълника или 8 квадрата или 6 триъгълника или 5 квадрата и 10 триъгълника или 2 квадрата и 14 триъгълника. 6. а) $x = 6$ и $y = 4$. б) $x = 5, y = 4$. 7. а) 3 и 18 се делят на 3, следователно $3x + 18y$ се дели на 3, а 83 не се дели на 3.

8.

x	20	17	14	11	8	5	2
y	0	2	4	6	8	10	12

9. $x = 3, y = 2$. 10. $x = 5, y = 20$. 11. $x = 10, y = 2$.

38. Задачи от лица на фигури

3. а) 182 cm^2 ; б) 44 cm^2 ; в) 83 cm^2 ; г) 150 cm^2 ; д) 120 cm^2 ; е) 112 cm^2 . 4. 8 cm^2 . 5. 20 cm^2 . 6. 21 cm^2 . 7. $5,25 \text{ cm}$. 8. 16 cm^2 . 9. 24 cm^2 . 10. Упътване: а) Изразете лицата чрез страните на правоъгълника; б) ако от равните лица се извадят общите части, оставащите също имат равни лица. 11. $AH = 3,2 \text{ cm}$; $CG = 3 \text{ cm}$.

39. Покриване и разрязване

6. 68 cm . 7. 26 cm и 32 cm ; 30 cm^2 и 63 cm^2 . 8. а) 26 cm ; б) 576 cm^2 . Упътване. Ако страната на един от малките квадрати е $a \text{ cm}$, дължината на един от правоъгълниците е $3a \text{ cm}$ и широчината му е $(a:4) \text{ cm}$. Тогава $(3a) \cdot (a:4) = 48$ и $a = 8 \text{ cm}$. 9. 80 cm^2 . 10. а) 5 cm^2 ; б) 8 cm^2 ; в) 32 cm^2 . 11. 21 cm^2 .

40. Таблицы, графики, диаграми. Общи задачи

4. а)

№ по ред	Ден от седмицата	Брой SMS-и
1	Понеделник	3
2	Вторник	8
3	Сряда	5
4	Четвъртък	2
5	Петък	3
6	Събота	2
7	Неделя	4

б) Митко е изпратил най-много SMS-и във вторник – 8 броя, а най-малко – в четвъртък и събота – по 2. в) $3,24 \text{ лв}$. 5. а) за представителя на 5. клас – 60; за представителя на 6. клас – 120, за представителя на 7. клас – 300;

6)

№ по ред	Представител от клас	Брой гласували
1	5	60
2	6	120
3	7	300

в) 180 гласа повече; г) гласовете на третия са 20% от гласовете на първия.

6. а) 5 h; б) 470 km; в) 0 km/h; г) 210 km.

7.

Държава	Общ брой население на страната	% от населението на ЕС
България	7 202 198	1,42
Испания	46 472 408	9,14
Франция	66 415 161	13,06
Гърция	10 880 848	2,14
Люксембург	562 958	0,11
Германия	81 199 602	15,97

8. а)



б)

Произведени изделия		
Вид изделие	Процент	Килограми
Баници	26 %	66,3
Кифли	38 %	96,9
Курабии	8 %	20,4
Меденки	11 %	28,05
Соленки	8 %	20,4
Дребни сладки	9 %	22,95

*Иванка Димитрова Джонджорова, Калина Стефанова Узунова,
д-р Иванка Ангелова Марашева, Даниела Веселинова Григорова-Тошева*

МАТЕМАТИКА

Помагало за избираемите учебни часове

5. клас

Редактор *Валентина Арабаджиева*
Графичен дизайн и корица *Владимир Минчев*
Технически редактор *Мариана Веселинова*
Предпечатна подготовка *Деян Балабанов*
Коректор *Румяна Стефанова*

Българска. Издание първо/допечатка.
Формат 70×100/16. Печатни коли 8
А 17-03-229-18

Издателска къща „Анубис“ ООД, 1124 София, ул. „Младен Павлов“ № 1
тел.: 944 35 03, 944 16 43
e-mail: ik.anubis@anubis.bg, www.anubis.bg

тел.: 978 34 69
e-mail: trade@anubis-bulvest.com

ISBN 978-619-215-107-2