

## Семинар № 2

### Дроби. НОК. Действия между дроби.

#### Дроби

Дроб се нарича израз от вида  $\frac{a}{b}$ , където  $a$  и  $b$  са цели числа.

Числото  $a$  се нарича числител на дробта, а числото  $b$  – знаменател.

#### Дефиниционно множество

Операцията делене на 0 е недефинирана! Знаменателят **винаги** трябва да бъде различен от 0!

#### Правилни и неправилни дроби

Правилна се нарича дроб, при която числителят е по-малък от знаменателят, т.е  $a < b$ .

Неправилни са дробите, при които знаменателят е по-малък или равен на числителя, т.е  $a \geq b$ .

#### Смесен вид на числото

Когато имаме неправилна дроб бихме могли да я запишем и в смесен вид:

$$\frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$$

Преминаването от смесен вид към неправилна дроб се извършва по следния начин:

$$A\frac{b}{c} = \frac{Ac + b}{c}$$

- Умножаваме цялата част на числото по знаменателя на дробната част на числото и прибавяме числителя от дробната част. Полученият резултат е числителят на неправилната дроб.

- За знаменател записваме знаменателя от дробната част на смесеното число.

При преминаване от неправилна дроб към смесено число – разделяме числителя на знаменателя – частното представлява цялата част на смесеното число. Остатъкът представлява числителя на дробната част на смесеното число, а знаменателят му е знаменателят на неправилната дроб.

#### Основно свойство на дробите

Ако умножим или разделим числителя и знаменателя на една дроб с едно и също естествено число, получаваме дроб, равна на дадената:

- разширяване на дробта  $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot k}{b \cdot k}$

- съкращаване на дробта - ако  $a$  и  $b$  се делят на числото  $m$ , т.е  $a = c \cdot m$  и  $b = d \cdot m$ , то

$$\frac{a}{b} = \frac{c \cdot m}{d \cdot m} = \frac{c}{d}$$

### Най-малко общо кратно (НОК)

Най-малкото общо кратно на две числа се нарича най-малкото число, което може да бъде разделено без остатък и от двете числа.

Пример:  $\text{НОК}(27,63) = ?$

$$\begin{array}{r|l} 27, 63 & 3 \\ 9, 21 & 3 \\ 3, 7 & 3 \\ 1, 7 & 7 \\ 1, & 1 \end{array}$$

$$\text{НОК}(27,63) = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 = 189 \quad 189:27 = 9 \quad 189:63 = 3$$

### Сравняване на дроби

От две дроби с равни знаменатели по-малка е тази, на която числителят е по-малък.

За да сравним две дроби с различни знаменатели - първо трябва да ги приведем под общ знаменател. За целта намираме НОК на знаменателите на двете дроби, след което разширяваме всяка от тях с числото, което се получава при разделянето на НОК със съответния знаменател.

Пример:  $\frac{1}{27}$  и  $\frac{5}{63} \Rightarrow \frac{1 \cdot 9}{27 \cdot 9} = \frac{9}{189}$  и  $\frac{3 \cdot 5}{63 \cdot 3} = \frac{15}{189} \Rightarrow \frac{9}{189} < \frac{15}{189} \Rightarrow \frac{1}{27} < \frac{5}{63}$

### Събиране и изваждане на дроби

$$\frac{a}{m} + \frac{b}{m} = \frac{a+b}{m} \quad \frac{a}{m} - \frac{b}{m} = \frac{a-b}{m}$$

За дроби с различни знаменатели – първо е необходимо да приведем под общ знаменател.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d} + \frac{c \cdot b}{b \cdot d} = \frac{ad + bc}{bd}$$

### Умножение на дроби

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

### Делене на дроби. Реципрочно число

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

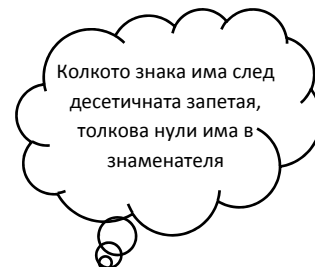
Реципрочно число на числото  $p$  се нарича числото  $\frac{1}{p}$ .

За да разделим дробта  $\frac{a}{b}$  на дробта  $\frac{c}{d}$ , умножаваме  $\frac{a}{b}$  с реципрочната дроб на делителя -  $\frac{d}{c}$ .

### Десетични дроби

В практиката често се използват записи като 1,5 кг, 2,3км, 1,99лв. Тези числа представляват десетични дроби. Те могат да бъдат превърнати в обикновени:

$$a, bcdef = a + \frac{b}{10} + \frac{c}{100} + \frac{d}{1000} + \frac{e}{10000} + \frac{f}{100000}$$



### Проценти

$$1\% = \frac{1}{100} \quad x\% = \frac{x}{100}$$

**Задача 1:** Определете дефиниционното множество на следните изрази:

$$\text{а) } \frac{5}{a} \quad \text{б) } \frac{3}{4+b} \quad \text{в) } \frac{c}{8} \quad \text{г) } \frac{d}{|-2|+e}$$

Решение:

Знаменателят на всяка от дробите не може да бъде равен на 0.

а) знаменателят =  $a \Rightarrow a \neq 0$

б) знаменателят =  $4+b \Rightarrow b \neq -4$

в) знаменателят =  $8 \Rightarrow \forall c$

г) знаменателят =  $|-2| + e = 2 + e \Rightarrow e \neq -2$  и  $\forall d$

**Задача 2:** Превърнете:

а) смесеното число в неправилна дроб:

$$3\frac{1}{3}, \quad 2\frac{3}{5}, \quad -2\frac{1}{9}, \quad -8\frac{3}{4}$$

б) неправилната дроб в смесено число:

$$\frac{11}{3}, \quad \frac{5}{4}, \quad \frac{-100}{9}, \quad \frac{8}{-3}$$

Решение:

$$\text{а) } 3\frac{1}{3} = 3 + \frac{1}{3} = \frac{3 \cdot 3 + 1}{3} = \frac{10}{3}$$

$$\text{б) } 2\frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 5 + 3}{5} = \frac{13}{5}$$

$$в) -2\frac{1}{9} = -\frac{2 \cdot 9 + 1}{9} = -\frac{19}{9}$$

$$г) -8\frac{3}{4} = -\frac{8 \cdot 4 + 3}{4} = -\frac{35}{4}$$

$$д) \frac{11}{3} \quad 11:3 = 3 \text{ (ост. 2)} \Rightarrow 3\frac{2}{3}$$

$$е) \frac{5}{4} \quad 5:4 = 1 \text{ (ост. 1)} \Rightarrow 1\frac{1}{4}$$

$$ж) \frac{-100}{9} \quad -100:9 = -11 \text{ (ост. 1)} \Rightarrow -11\frac{1}{9}$$

$$з) \frac{8}{-3} \quad 8:(-3) = -2 \text{ (ост. 2)} \Rightarrow -2\frac{2}{3}$$

**Задача 3:** Съкратете дробите:

$$а) \frac{21}{56}, \frac{4}{8}, \frac{-63}{105}, \frac{-25}{-200}$$

$$б) \frac{21.2}{26.7}, \frac{-27.55}{-77.45}, \frac{7 \cdot (-9) \cdot 15}{(-30) \cdot 42 \cdot (-45)}$$

Решение:

$$а) \frac{21}{56} = \frac{3 \cdot 7}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7} = \frac{3}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{3}{8}$$

$$\frac{4}{8} = \frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{-63}{105} = -\frac{3 \cdot 3 \cdot 7}{3 \cdot 5 \cdot 7} = -\frac{3}{5}$$

$$\frac{-25}{-200} = \frac{5 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{1}{8}$$

$$б) \frac{21.2}{26.7} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 7}{2 \cdot 7 \cdot 13} = \frac{3}{13}$$

$$\frac{-27.55}{-77.45} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11}{3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11} = \frac{3}{7}$$

$$\frac{7 \cdot (-9) \cdot 15}{(-30) \cdot 42 \cdot (-45)} = -\frac{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5} = -\frac{1}{3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2} = -\frac{1}{60}$$

**Задача 4:** Намерете най-малкото общо кратно на числата:

а) 90 и 48; 60 и 168

б) 6, 9 и 36

Решение:

a) 48, 90		2
24, 45		2
12, 45		2
6, 45		2
3, 45		3
1, 15		3
1, 5		5
1, 1		

$$\text{НОК}(48, 90) = 2.2.2.2.3.3.5 = 16.9.5 = 16.45 = 720$$

60, 168		2
30, 84		2
15, 42		2
15, 21		3
5, 7		5
1, 7		7
1, 1		

$$\text{НОК}(60, 168) = 2.2.2.3.5.7 = 840$$

б) 6, 9, 36		2
3, 9, 18		2
3, 9, 9		3
1, 3, 3		3
1, 1, 1		

$$\text{НОК}(6, 9, 36) = 2.2.3.3 = 36$$

**Задача 5:** Сравните дроби:

а)  $\frac{5}{14}$  и  $\frac{3}{7}$       б)  $\frac{-7}{13}$  и  $\frac{20}{-39}$       в)  $\frac{-3}{-30}$  и  $\frac{1}{9}$

Решение:

а)  $\frac{5}{14}$  и  $\frac{3}{7}$        $\text{НОК}(7,14) = 14 \Rightarrow \frac{5}{14}$  и  $\frac{2.3}{2.7} \Rightarrow \frac{5}{14} < \frac{6}{14} \Rightarrow \frac{5}{14} < \frac{3}{7}$

$$\text{б) } \frac{-7}{13} \text{ и } \frac{20}{-39} \quad \text{НОК}(13, 39) = 39 \Rightarrow -\frac{3.7}{3.13} \text{ и } -\frac{20}{39} \Rightarrow -\frac{21}{39} < -\frac{20}{39} \Rightarrow -\frac{7}{13} < -\frac{20}{39}$$

$$\text{в) } \frac{-3}{-30} \text{ и } \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{1}{10} \text{ и } \frac{1}{9} \Rightarrow \text{НОК}(9, 10) = 90 \Rightarrow \frac{1.9}{10.9} \text{ и } \frac{1.10}{9.10} \Rightarrow \frac{9}{90} < \frac{10}{90} \Rightarrow \frac{-3}{-30} < \frac{1}{9}$$

**Задача 6:** Пресметнете изразите:

$$\text{а) } \left(\frac{3}{5} + \frac{7}{21}\right) - \frac{2}{3} \quad \text{б) } \frac{2}{3} - \frac{5}{9} \quad \text{в) } \frac{8}{7} + \frac{3}{4} \quad \text{г) } \frac{7}{8} - \left(-\frac{3}{24}\right) \quad \text{д) } -\frac{3}{5} - \left(-\frac{2}{4} - \frac{21}{28}\right)$$

Решение:

$$\text{а) } \left(\frac{3}{5} + \frac{7}{21}\right) - \frac{2}{3} = \frac{3}{5} + \frac{1}{3} - \frac{2}{3} = \frac{3}{5} - \frac{1}{3} = \frac{3.3}{3.5} - \frac{1.5}{3.5} = \frac{9-5}{15} = \frac{4}{15}$$

$$\text{б) } \frac{2}{3} - \frac{5}{9} = \frac{2.3}{3.3} - \frac{5}{9} = \frac{6-5}{9} = \frac{1}{9}$$

$$\text{в) } \frac{8}{7} + \frac{3}{4} = \frac{8.4}{7.4} + \frac{3.7}{4.7} = \frac{32+21}{28} = \frac{53}{28} = 1\frac{25}{28}$$

$$\text{г) } \frac{7}{8} - \left(-\frac{3}{24}\right) = \frac{7}{8} + \frac{3}{24} = \frac{7}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7+1}{8} = \frac{8}{8} = 1$$

$$\text{д) } -\frac{3}{5} - \left(-\frac{2}{4} - \frac{21}{28}\right) = -\frac{3}{5} + \frac{2}{4} + \frac{21}{28} = -\frac{3}{5} + \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = -\frac{3}{5} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} = -\frac{3}{5} + \frac{5}{4} = \frac{-12+25}{20} = \frac{13}{20}$$

**Задача 7:** Пресметнете изразите:

$$\text{а) } \frac{7}{8} \cdot \frac{3}{4} \quad \text{б) } \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{8} \quad \text{в) } \frac{5}{6} \cdot \frac{2}{15} \quad \text{г) } -\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{15} + \left(-\frac{5}{10} + \frac{2}{3}\right) \quad \text{д) } \left(-\frac{9}{16} + \frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{12}{8}\right)$$

Решение:

$$\text{а) } \frac{7}{8} \cdot \frac{3}{4} = \frac{7}{2.4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{21}{32};$$

$$\text{б) } \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{8} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3.3}{2.2.2} = \frac{3}{4}$$

$$\text{в) } \frac{5}{6} \cdot \frac{2}{15} = \frac{5}{2.3} \cdot \frac{2}{3.5} = \frac{1}{9}$$

$$\text{г) } -\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{15} + \left(-\frac{5}{10} + \frac{2}{3}\right) = -\frac{1}{10} - \frac{5}{10} + \frac{2}{3} = -\frac{6}{10} + \frac{2}{3} = -\frac{3}{5} + \frac{2}{3} = \frac{-9+10}{15} = \frac{1}{15}$$

$$\text{д) } \left(-\frac{9}{16} + \frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{12}{8}\right) = \left(-\frac{9}{16} + \frac{12}{16}\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{16} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{9}{32}$$

**Задача 8:** Пресметнете изразите:

$$\text{а) } \frac{2}{3} : \frac{3}{7} \quad \text{б) } \frac{7}{24} : \frac{21}{8} \quad \text{в) } \frac{1}{3} : \left(-\frac{5}{9}\right) \quad \text{г) } -\frac{2}{3} : (-1) \quad \text{д) } 0 : \frac{2}{7} + \left(-\frac{5}{20} : \frac{15}{4}\right) - \frac{4}{6}$$

Решение:

$$\text{а) } \frac{2}{3} : \frac{3}{7} = \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{3} = \frac{14}{9};$$

$$\text{б) } \frac{7}{24} : \frac{21}{8} = \frac{7}{3 \cdot 8} \cdot \frac{8}{3 \cdot 7} = \frac{1}{9}$$

$$\text{в) } \frac{1}{3} : \left(-\frac{5}{9}\right) = \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{9}{5}\right) = -\frac{3}{5};$$

$$\text{г) } -\frac{2}{3} : (-1) = \frac{2}{3} : 1 = \frac{2}{3} : \frac{1}{1} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{1} = \frac{2}{3}$$

$$\text{д) } 0 : \frac{2}{7} + \left(-\frac{5}{20} : \frac{15}{4}\right) - \frac{4}{6} = 0 \cdot \frac{7}{2} + \left(-\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{15}\right) - \frac{2}{3} = 0 + \left(-\frac{1}{15}\right) - \frac{2}{3} = -\frac{1}{15} - \frac{10}{15} = -\frac{11}{15}$$

### **Задача 9:**

а) подредете по големина числата:  $-0,2$ ;  $0,31$ ;  $0,301$ ;  $-0,19$ ;  $0,310001$

б) запишете десетичните дроби като обикновени:  $0,5$ ;  $0,01$ ;  $-4,208$

в) запишете обикновените дроби като десетични:  $-\frac{3}{10}$ ;  $\frac{380}{100}$ ;  $\frac{2}{1000}$ ;  $\frac{203}{-10}$ ;  $\frac{203}{10000}$

г) пресметнете:  $12,1006 - 1,0235$ ;  $1,023 + 2,389$ ;  $1,038 - 3 + 2,062$

Решение:

а)  $-0,2 < -0,19 < 0,301 < 0,31 < 0,310001$

$$\text{б) } 0,5 = \frac{0}{1} + \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \quad 0,01 = \frac{0}{1} + \frac{0}{10} + \frac{1}{100} = \frac{1}{100}$$

$$-4,208 = -\left(\frac{4}{1} + \frac{2}{10} + \frac{0}{100} + \frac{8}{1000}\right) = -\left(\frac{4000 + 200 + 8}{1000}\right) = -\frac{4208}{1000} = -\frac{2104}{500} = -\frac{1052}{250} = -\frac{526}{125}$$

$$\text{в) } -\frac{3}{10} = -0,3 \quad \frac{380}{100} = 3,8 \quad \frac{2}{1000} = 0,002 \quad \frac{203}{-10} = -\frac{203}{10} = -20,3 \quad \frac{203}{10000} = 0,0203$$

$$\text{г) } 12,1006 - 1,0235 = 11,0771 \quad 1,023 + 2,389 = 3,412 \quad 1,038 - 3 + 2,062 = 3,1 - 3 = 0,1$$

### **Задача 10:** Намерете:

а) 5% от 175; 6% от  $-75$ ; 120% от 50; 6,2% от 250; 0,1% от 100

б) колко грама разтворено вещество се съдържат в 3% разтвор с обем 350ml

в) колко грама разтворено вещество се съдържат в 0,4% разтвор с обем 76ml

Решение:

$$\text{а) } 5\% \text{ от } 175 \quad \frac{5}{100} \cdot 175 = \frac{1}{20} \cdot 175 = \frac{35}{4} = 8\frac{3}{4} = 8,75$$

$$6\% \text{ от } -75 \quad \frac{6}{100} \cdot (-75) = \frac{3}{50} \cdot (-75) = -\frac{9}{2} = -4\frac{1}{2} = -4,5$$

$$120\% \text{ от } 50 \quad \frac{120}{100} \cdot 50 = 60$$

$$6,2\% \text{ от } 250 \quad \frac{62}{1000} \cdot 250 = \frac{62}{4} = \frac{31}{2} = 15\frac{1}{2} = 15,5$$

$$0,1\% \text{ от } 100 \quad \frac{1}{1000} \cdot 100 = \frac{1}{10} = 0,1$$

$$\text{б) } \frac{3}{100} \cdot 350 = \frac{21}{2} = 10,5 \text{ гр.}$$

$$\text{в) } \frac{4}{1000} \cdot 76 = \frac{4 \cdot 19}{250} = \frac{38}{125} = \frac{304}{1000} = 0,304 \text{ гр.}$$

**Задача 11:** Определете химичната формула на неизвестно вещество, за което сте определили, че е съставено от 1.409 mol фосфор (P) и 3.523 mol кислород (O).

Решение:

Отношението на веществата е:

$$\frac{P}{O} = \frac{1,409}{3,523} = \frac{1,409:1,409}{3,523:1,409} = \frac{1}{2,5} = \frac{1 \cdot 2}{2,5 \cdot 2} = \frac{2}{5}$$

Следователно химичната формула на веществото е  $P_2O_5$ .

### **Задачи за домашна работа:**

**Задача 1:** Пресметнете изразите:

$$\text{а) } \left(\frac{6}{25} + 1,76\right) \cdot \frac{3}{8}; \quad \text{б) } \left(\frac{18}{38} : \frac{6}{19} - 1,35\right) \cdot 0,01; \quad \text{в) } \frac{1}{1-0,999} - \frac{5}{1-0,99}$$

**Задача 2:** Пресметнете изразите:

$$\text{а) } \left(\frac{3}{10} - \left(-\frac{49}{70}\right) \cdot \frac{14}{21} + 3 \cdot \frac{13}{39}\right) : \frac{2}{3} \quad \text{б) } \left(1\frac{2}{3} - \frac{3}{6} \cdot \left(-\frac{5}{7}\right) + \frac{5}{6}\right) : \frac{4}{3} + \left(-\frac{3}{7} - \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{28}{19}$$

**Задача 3:** Колко грама разтворено вещество се съдържат в:

а) 218 ml 5% разтвор ; б) 100 ml 0,36% разтвор ; в) 175 ml 2,18% разтвор